1

DIVISIBILITÉ, DIVISION EUCLIDIENNE ET CONGRUENCES

2

3

1) Au pire, un tableau de congruence. Au mieux…

2) Si $n+1$ divise $n+7$, $n+1$ divise aussi…

4) Identité remarquable.

---

4 Écrire n en fonction de $a_0, \ldots, a_r$.

5

1) Tableaux de congruence.

---

6 Montrer que p^2-1 est divisible par 3 et 8 séparément.

7

---

8 Récurrence.

9

2) Montrer d'abord que l'exposant de p est divisible par $p-1$.

10

1) b) Revenir à la définition de la limite.

PGCD, PPCM ET NOMBRES PREMIERS ENTRE EUX

11 Quelle est la factorisation première de 150 ?

12

13

2) Montrer que $\binom{p-1}{k+1} \equiv -\binom{p-1}{k} \; [p]$.

---

14 Factorisation première.

15

1) Calculer $\left(n^3+3n^2-5\right) \wedge (n+2)$.

3) Procéder comme en **1)** et utiliser **2)** en cas de blocage.

---

16 Calculer $(21n-3) \wedge (15n+2)$.

17

18

19

20

3) b) Montrer d'abord que E contient tous les entiers impairs supérieurs ou égaux au plus petit élément de $E \setminus \{2\}$.

VALUATIONS p-ADIQUES

21 Valuations p-adiques ! Traiter à part l'entier 0.

---

22 Valuations p-adiques ! Traiter à part l'entier 0.

---

23 Valuations p-adiques ! Traiter à part l'entier 0.

24

1) Valuations p-adiques !

25

---

26 Calculer $v_2\left(3^n-1\right)$ en toute généralité, notamment grâce à la formule a^n-b^n.

NOMBRES PREMIERS

27 Méditer la preuve de l'infinité de l'ensemble $\mathbb{P}$.

28

1) Factoriser a^n-1.

2) Exploiter **1)**.

---

29 **1)** On sait factoriser $a^{2n+1}+b^{2n+1}$.

---

30 **1)** **a)** Par l'absurde.

b) Adapter la preuve de l'infinité de l'ensemble $\mathbb{P}$.

Équations diophantiennes

31 Factoriser x et y par leur PGCD.

---

32 **4)** Factoriser encore et encore.

33

34

35

---

36 Factoriser encore et encore.

---

37 Par exemple, factoriser m^3-1.

38

---

39 **2)** Factoriser x^3+8.

40

---

41 Le produit de deux entiers est un cube parfait. Sont-ils premiers entre eux ?

---

42 Le produit de deux entiers est un carré parfait. Sont-ils premiers entre eux ?
