

■ MAXIMUM, BORNE SUPÉRIEURE

1

2

3

4

5

1) c) Montrer que pour tout $a \in A$:

$$d(x, A) \leq |x - y| + |y - a|,$$

puis que $d(x, A) - d(y, A) \leq |x - y|$.

6

■ PARTIE ENTIÈRE

7

8

1)2)3) On peut par exemple écrire x sous la forme $x = n + \varepsilon$ avec $n = \lfloor x \rfloor$ et $\varepsilon \in [0, 1[$ et injecter cette expression de x dans les différentes parties entières proposées. Il faut ensuite distinguer plusieurs cas.

9

1) Encadrer $n^4 + 2n^3 + 3n^2 + 1$ par deux carrés d'entiers successifs.

10

3) Le réel $\frac{3 - \sqrt{17}}{2}$ est compris entre -1 et 0 , ses puissances ont une partie entière facile à calculer.

11

■ DENSITÉ

12

Adapter la preuve de la densité de \mathbb{Q} dans \mathbb{R} .
