

INÉGALITÉS DE CONVEXITÉ

1 _____

2 _____

3 _____

4 _____

5 Étudier la convexité de $x \mapsto x \ln x$.

6 Il s'agit seulement de comparer une fonction convexe et une fonction affine.

7 _____

8) Appliquer bêtement l'inégalité de Jensen à la fonction de la question 1) avec des coefficients $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ simples et réfléchir ensuite.

9) Appliquer bêtement l'inégalité de Jensen à la fonction de la question 1) avec des coefficients $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ simples et réfléchir ensuite.

RÉSULTATS QUALITATIFS

10 _____

11 Écrire la définition de la convexité sur $[a, b[$ et passer soigneusement à la limite.

12 _____

13 Fixer deux réels a et b pour lesquels $a < b$, représenter le graphe de f et la sécante associée aux points d'abscisses a et b sur une même figure, puis méditer.

14) 1) Passer à la limite dans l'inégalité des pentes.
2) a) Si on ne sait pas faire, on peut au moins justifier l'existence de la limite.

15 _____

16) 4) Dans le cas où Z est majoré de borne supérieure s , déterminer une expression explicite de f au voisinage de s à gauche et au voisinage de s à droite.

17 _____

18 _____

19) 2) Le théorème de la limite de la dérivée peut aider.
3) On pourra commencer par introduire deux réels $\alpha, \beta \in I$ pour lesquels $\alpha < a < b < \beta$.

20 _____