Dénombrements divers

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

1) Il vaut mieux compter ici les applications **NON** surjectives !

11

1) Choisir d'abord l'élément de $[\![1,p]\!]$, puis compléter.

2) On adapte !

12

13 On rappelle qu'une relation binaire $\mathcal{R}$ sur E n'est au fond qu'une partie de $E \times E$. Pour tous $x, y \in E$, dire que $x \mathcal{R} y$ revient en fait à dire que le couple (x, y) appartient à la relation $\mathcal{R}$.

14

2) **b)** Dans une liste $(k_1, \ldots, k_{n+1})$, soit on peut retrancher 1 à k_n, soit on ne peut pas le faire !

c) Par récurrence sur $n + p$.

15

16

17

Double comptage

18

19

2) Simplifier $S \circ T$ et $T \circ S$ en appliquant notamment la relation de la question **a)** qui transforme le produit de deux coefficients binomiaux en un autre produit de coefficients binomiaux.

20

21 Compter d'abord les couples (x, D) pour lesquels $D \in \mathcal{D}$ et $x \in D$.

Calculs de sommes

22

Formule du crible

23

24

Indicatrices

25

Principe des tiroirs et autres difficultés

26

27

28

29

30

31

32

1) Montrer que si $x = \lfloor ip \rfloor = \lfloor jq \rfloor$ avec $i, j \in \mathbb{N}^*$, alors $x = i + j$, puis $x = ip = jq$.

2) Calculer d'abord $\left|\mathscr{P} \cap [\![1, n]\!]\right|$ et $\left|\mathscr{Q} \cap [\![1, n]\!]\right|$.

33

1) Il se trouve que $\tan \frac{\pi}{4} = 1$.

---

34 Un élément t étant fixé, l'application $k \longmapsto t^{2^k}$ n'est pas injective sur $\mathbb{N}$. Construire alors e comme une puissance de t bien choisie.
