INJECTIONS, SURJECTIONS ENTRE ENSEMBLES USUELS

1

2

3

4

5

6

7 Pour montrer que l'image de telle figure par I est telle autre figure, attention de bien montrer une égalité d'ensembles — si possible par équivalence — et non pas une inclusion.

3) Le cercle de centre ω passant par 0 a pour équation $|z-\omega| = |\omega|$. Si on pose $z' = \frac{1}{z}$, que décrit z' lorsque z décrit ce cercle ?

4) Il s'agit de montrer une équivalence du genre :

$$|z-a| = r \iff \left|\frac{1}{z} - a'\right| = r'.$$

8 Raisonner par équivalence pour trouver la réciproque de f.

9

1) a) À défaut d'intuition, transformer pas à pas l'égalité $f(x,y) = f(x',y')$ en une condition sur laquelle la réponse apparaît clairement.

b) On peut par exemple geler momentanément une variable. On peut aussi observer que $f(x,y)$ dépend du rapport $\frac{x}{y}$ plus que du couple (x,y).

2) a) À défaut d'intuition, transformer pas à pas l'égalité $f(x,y) = f(x',y')$ en une condition sur laquelle la réponse apparaît clairement.

b) Résoudre l'équation $f(x,y) = (a,b)$ d'inconnue $(x,y) \in \left(\mathbb{R}_+^*\right)^2$ pour tout $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ et se ramener à un système somme-produit.

10 Des solutions évidentes ? Analyse-synthèse.

11 Des solutions évidentes ? Analyse-synthèse et récurrence.

12

13

INJECTIONS, SURJECTIONS ENTRE ENSEMBLES QUELCONQUES

14 C'est presque fini une fois que f est bijective, car les bijections c'est bien pratique !

15

16

17

18

19

20 Dessiner des patates pour y voir clair, ensuite tenter une preuve propre, mais attention aux cas particuliers !

21

22 Raisonner par équivalence autant que possible, mais avec soin pour bien comprendre pourquoi on n'a qu'une inclusion en **3)a)**.

23

24