CALCULS EXACTS DE PRIMITIVES ET D'INTÉGRALES

1

2

3

4

5

6 Écrire z sous forme algébrique et multiplier par le conjugué.

7

8

9

10

4) Encadrer u_n grâce au résultat des questions **1)** et **2)**.

11

2) Changement de variable et périodicité.

3) a) Exploiter la factorisation trouvée en **1)a)**.

b) Plusieurs changements de variable !

4) a) Montrer que pour tous $x \in]-1,1[$ et $\theta \in \mathbb{R}$:

$$1-|x| \leqslant \left|x-e^{i\theta}\right| \leqslant 1+|x|.$$

b) S'intéresser à $I\left(x^{2^n}\right)$ pour tous $x \in]-1,1[$ et $n \in \mathbb{N}$.

EXERCICES DIVERS

12

13

2) Simple conséquence de **1)** !

14 La fonction sinus est elle-même lipschitzienne.

15

2) Que faire sinon intégrer ?...

16

17

1) Il se trouve que f est bornée.

2) Le graphe de φ est au-dessus de toutes ses tangentes.

18 Se ramener de force à des expressions intégrales dans lesquelles la variable x ne figure que dans les bornes.

19

2) En notant F la primitive de $x \longmapsto \cos\left(x^2+x\right)$ qui s'annule en 0, calculer un $\mathrm{DL}_2(0)$ de F grâce à la formule de Taylor-Young et en déduire un $\mathrm{DL}_1(0)$ de φ.

20 Se ramener par analyse-synthèse à une résolution d'équation différentielle.

21

1) Dériver $f\,e^{-g}$.

22

23

2) Si f a peu de zéros, on peut la rendre positive sur $[a,b]$ en la multipliant par...

24

2) b) La relation demandée est linéaire par rapport à Q.

c) Montrer d'abord que $\displaystyle\int_{-1}^{1} P(x)^2\,dx \leqslant \pi \sum_{k=0}^{n} a_k^2$.

LIMITES D'INTÉGRALES

25

26

2) Pour tout $t \in [x, 3x]$: $\dfrac{\cos t}{t} \approx \dfrac{1}{t}$ si x est proche de 0.

---

27 Une somme géométrique ?

28

29

30

31

1) b) Encadrer $f(x)$ en faisant apparaître l'intégrale de la question **1)**.

2) b) Exploiter le théorème de la limite de la dérivée en 0 et en 1.

32

1) Commencer par une IPP.

33

34

35

FORMULES DE TAYLOR-LAGRANGE

36

37

38

39

1) Appliquer deux fois l'inégalité de Taylor-Lagrange.

2) Sommer convenablement.

3) Optimiser.

40

SOMMES DE RIEMANN

41

42

43

1) b) Appliquer l'inégalité de Jensen.

44

45
