MODÉLISATION PROBABILISTE

1

2

3

4

5

6

2) b) Penser à utiliser la formule du capitaine.

7

1) Écrire $P(X > k)$ comme une somme.

8

1)2) Exprimer comme des réunions/intersections les événements étudiés en fonction des événements « La $k^{\text{ème}}$ fléchette est jouée et elle éclate le ballon », k décrivant $[\![1, n]\!]$.

9

1) Après calcul : $\quad \mathrm{E}(V_1) = \dfrac{n+1}{3}$.

2) b) Après calcul : $\quad \mathrm{E}(V_2) = \dfrac{2(n+1)}{3}$

10

1) b) Indicatrices !

d) Utiliser l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

MANIPULATION FORMELLE DE VARIABLES ALÉATOIRES

11

12

2) Translater.

13

14

1) a) Calculer $P(I \geqslant i)$ pour tout $i \in [\![1, n]\!]$, puis $P(I = i)$.

15

1) Revenir à la définition « $\displaystyle\sum_{\sigma \in S_n} \varepsilon(\sigma) \ldots$ » du déterminant. Pour D^2, ne pas hésiter à multiplier cette somme par elle-même, l'espérance fera le tri.

16

17

INÉGALITÉS PROBABILISTES

18

19

20

2) Majorer $\mathrm{E}(X)\,\mathrm{E}\left(\dfrac{1}{X}\right)$, puis optimiser.

21

Appliquer l'inégalité de Markov, mais pas directement.

22

La variance est positive, donc…

23

24

1) Appliquer l'inégalité de Markov, mais pas directement.

3) Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\quad e^x \geqslant 1 + x$.

4) S'intéresser à $-X$.

25

2) a) Mais ne serait-ce pas une inégalité de convexité ?

3) a) Espérance d'un produit, questions précédentes…

b) Appliquer l'inégalité de Markov, mais pas directement.

c) Optimiser.

26

1) Appliquer l'inégalité de Markov, mais pas directement.

2) Optimiser.

3) S'intéresser à $-X$.

27

3) Il arrive qu'une somme d'indicatrices soit égale à une simple indicatrice.

4) La variable $S_n - S_k$ ne dépend pas de $X_1, \ldots, X_k$.

28

2) **a)** Appliquer **1)** aux variables e^{iX} et e^{iY}.

c) Pour montrer que $\left|E\left(e^{iX}\right)\right| \geqslant \frac{1}{\sqrt{2}}$, ne pas oublier que deux variables aléatoires de même loi ont même espérance.
