Séries définies explicitement

1

2

3

4

6) Formule de duplication du sinus.

5 Développer jusqu'à la précision $O\left(\frac{1}{n^2}\right)$ lorsque n tend vers $+\infty$, puis réfléchir.

6

2) Séparer le pair de l'impair.

7 Développer $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ à la précision $O(a_n)$ lorsque n tend vers $+\infty$ où $\sum a_n$ est absolument convergente, puis sommer.

8

9

10

11

Séries abstraites

12

13

1) Montrer que les termes généraux proposés sont un grand O l'un de l'autre.

2) Calculer un développement limité.

14

2) Cauchy-Schwarz... ou pas.

15

2) Montrer que $\lim_{x\to+\infty} \Phi(x)=+\infty$, puis appliquer le résultat de la question **1)**.

16

17

1) b) La série $\sum(u_{n+1}-u_n)V_n$ converge absolument, notamment grâce au lien suite-série.

18

1) Exploiter le théorème de Cesàro dans la deuxième partie de la question.

2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{u_1+2u_2+\ldots+nu_n}{n(n+1)}=\sum_{n=1}^{+\infty}u_n.$

19

2) On peut se placer sans perte de généralité dans le cas où $\lim_{n\to+\infty}\frac{u_n}{S_n}=0$.

Familles sommables

20

3) Écrire X^4 comme une combinaison linéaire de $L_0,\ldots,L_4$.

21

6) Tout entier naturel non nul est le produit d'une puissance de 2 et d'un entier impair.

22

23

24

6) Calculer $\displaystyle\sum_{m,n\in\mathbb{N}^*}\frac{1}{m^2n^2}$ en faisant des paquets « à PGCD constant ».

25

2) Forcer la « somme $\ln(1+x)$ » à apparaître et télescoper.

26

1) Décomposer en éléments simples.

2) Faire des paquets « à p^2+q constant ».

27

28

29

30

2) Produit de Cauchy… ou pas.

3) **a)** Récurrence forte.

b) Produit de Cauchy.

31

1) Casser $\mathbb{N}^*$ en paquets de taille 1, 2, 4, 8…

32

1) On s'intéresse à une forme de produit de Cauchy « multiplicatif » dans lequel on a remplacé $n-k$ par $\frac{n}{d}$.

33

34

35