

# DEUX PROBLÈMES D'ARITHMÉTIQUE (INDICATIONS)

## ■ 1 LE PRODUIT DE 5 ENTIERS CONSÉCUTIFS N'EST JAMAIS UN CARRÉ

- 1)
- 2) a)  
b)
- 3)
- 4) Montrer que  $n$  et  $n + 4$  sont des carrés parfaits.
- 5) a)  
b)
- 6)

## ■ 2 À PROPOS DES ENTIERS NATURELS $n$ QUI DIVISENT $2^n + 1$

- 1)
- 2) a) Utiliser une relation de Bézout.  
b)
- 3)
- 4) Par récurrence!
- 5)  $m \vee n$  est un multiple impair de  $m$  et un multiple impair de  $n$ .
- 6) a)  
b)  $mn$  est un multiple impair de  $m \vee n$ .
- 7)
- 8) S'intéresser au plus petit élément de l'ensemble des multiples de  $n$  qui possèdent les mêmes diviseurs premiers que  $n$  MAIS n'appartiennent pas à  $\mathcal{E}$ .
- 9) a) S'intéresser pour tout  $k \in \mathbb{N}$  au reste de la division euclidienne de  $2^k$  par  $n$ .  
b)  
c)  
d)  
e)
- 10) S'intéresser à l'application qui associe à  $n$  l'entier  $\frac{a}{2}$ .