

L'ÉQUATION FONCTIONNELLE DES SŒURS COSINUS (INDICATIONS)

1 PRÉLIMINAIRES

- 1) a)
- b)
- 2) a)
- b)
- 3) Ce qui est sûr, c'est que la borne inférieure existe.
- 4) a)
- b)

2 CARACTÉRISATION DE \mathcal{F}_∞

- 5) a)
- b) S'intéresser à la fonction $x \mapsto \frac{f(x)}{\varphi(f(2x))}$ après avoir justifié qu'elle est bien définie.
- 6) a)
- b) Justifier la bonne définition de la fonction $g = (\text{ch}_{|\mathbb{R}_+})^{-1} \circ f$ et montrer qu'elle appartient à \mathcal{G} .
- 7)
- 8)
- 9) a)
- b) Travailler d'abord seulement sur $[1, 2[$, puis étendre l'inégalité à \mathbb{R}_+ tout entier. Justifier ensuite la continuité en 0, puis la continuité en 2^n pour tout $n \in \mathbb{Z}$, puis la continuité en tout autre point de \mathbb{R}_+ .
- c)

3 CARACTÉRISATION DE $\mathcal{F}_1\left(-\frac{1}{2}\right)$

- 10) a)
- b) L'application $f \mapsto f|_{[1,2[}$ convient assez naturellement, encore faut-il construire sa réciproque proprement et ne pas oublier de justifier que pour toute fonction h à l'arrivée, la fonction f antécédent doit s'annuler en 1 pour la première fois.