

# UN PEU DE $SL_2(\mathbb{Z})$ , UN PEU DE NOYAU (INDICATIONS/ALERTE)

## 1 À LA RENCONTRE DE $SL_2(\mathbb{Z})$

- 1)
- 2)
- 3) a) Montrer que :  $M = \begin{pmatrix} 1 & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  ou  $M = \begin{pmatrix} -1 & c \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  pour un certain  $c \in \mathbb{Z}$ .  
b) Calculer  $ST^k M$  pour tout  $k \in \mathbb{Z}$ , puis choisir un entier  $k$  qui convient.
- 4) Pour une matrice  $M \in SL_2(\mathbb{Z})$  fixée, faire chuter  $\mu$  encore et encore jusqu'à ce que...
- 5)
- 6)
- 7) a) Ne pas oublier que  $M^2$  est une combinaison linéaire de  $I_2$  et  $M$ .  
b)
- 8) a)  
b)  
c)  
d)  
e)  
f)

## 2 CARACTÉRISATION DE L'INVERSIBILITÉ PAR LE NOYAU

- 1)
- 2)
- 3) a)  
b) Et si on utilisait l'algorithme du pivot ?  
c)
- 4) Récurrence sur  $n$  !
- 5) a)  
b)