

UN THÉORÈME DE SCHUR

1 UN EXEMPLE OPTIMAL

- 1) a)
- b)
- 2)

2 PRODUITS D'ENDOMORPHISMES NILPOTENTS QUI COMMUTENT

- 3)
- 4) a)
- b)
- c) Appliquer le théorème du rang à $u_k|_{\text{Im}(u_{k+1}\dots u_n)}$.
- 5)

3 POLYNÔMES D'ENDOMORPHISMES ET LEMME DES NOYAUX

- 6) a)
- b)
- c)
- 7) a)
- b)
- c)
- 8) a) Adapter la preuve du résultat analogue relatif aux matrices carrées.
- b) Vive le théorème de d'Alembert-Gauss !
- c)
- d) Formule du binôme.

4 PREUVE DU THÉORÈME DE SCHUR

- 9)
- 10) a)
- b)
- 11) a) L'hypothèse de la question 10) n'est plus satisfaite désormais !
- b)
- c)
- 12) a) Montrer que $\text{Im}(b_{i_1} \dots b_{i_k} f)$ est inclus dans $\sum_{i_{k+1}} \text{Im}(b_{i_1} \dots b_{i_{k+1}} f)$ pour tous $k \in \mathbb{N}^*$ et $i_1, \dots, i_k \in \llbracket 1, r \rrbracket$.
- b)
- 13)