

SEMAINE DU 10 AU 16 DÉCEMBRE

ARITHMÉTIQUE DES ENTIERS RELATIFS

- Divisibilité et congruence. Propriétés usuelles en tant que relations binaires. Compatibilité avec l'addition et la multiplication.
- Nombres premiers. Existence de la factorisation première. Infinité de l'ensemble des nombres premiers. Crible d'Ératosthène.
- Théorème de la division euclidienne. Algorithme associé.
- PGCD de deux entiers. Algorithme d'Euclide et : $\text{div}(a) \cap \text{div}(b) = \text{div}(a \wedge b)$. Relations de Bézout. Algorithme d'Euclide étendu. Associativité du PGCD, factorisation par un diviseur commun.
- PGCD d'une famille finie d'entiers. Extension des résultats précédents.
- Couple d'entiers premiers entre eux, entiers premiers entre eux dans leur ensemble, entiers premiers entre eux deux à deux. Théorème de Bézout. Théorème de Gauss. Si des entiers sont premiers avec n , alors leur produit l'est aussi. Si des entiers sont premiers entre eux deux à deux et divisent n , alors leur produit divise n . Forme irréductible d'un rationnel.
- PPCM de deux entiers relatifs. Lien avec le PGCD et : $a\mathbb{Z} \cap b\mathbb{Z} = (a \vee b)\mathbb{Z}$.
- Valuations p -adiques, lien avec la divisibilité, les PGCD et les PPCM. Unicité de la factorisation première.
- Petit théorème de Fermat.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Théorème de Bézout en admettant l'existence d'une relation de Bézout : $a \wedge b = au + bv$ ET théorème de Gauss.
- Petit théorème de Fermat.
- **(TD)** Il existe une infinité de nombres premiers congrus à 3 modulo 4.
- **(TD)** Soient $a, b \in \mathbb{N}^*$ et $k \geq 2$ avec : $a \wedge b = 1$. Si ab est la puissance $k^{\text{ème}}$ d'un entier, a et b sont eux-mêmes des puissances $k^{\text{èmes}}$ d'entiers.
- Le produit matriciel est associatif ET le produit de deux matrices triangulaires supérieures est une matrice triangulaire supérieure.