

# SEMAINE DU 18 AU 24 DÉCEMBRE

## MATRICES ET SYSTÈMES LINÉAIRES

- Matrice, coefficients, lignes, colonnes. Addition matricielle et multiplication par un scalaire.
- Produit matriciel. Associativité, bilinéarité, matrice identité. Formule du binôme, formule «  $A^k - B^k$  ». Produit par blocs.
- Transposée. Linéarité, involutivité, effet sur un produit. Matrice symétrique/antisymétrique.
- Matrices diagonales et triangulaires. Stabilité par combinaison linéaire et produit.
- Trace d'une matrice carrée. Linéarité, effet sur un produit.
- Représentation matricielle d'un système linéaire. Système linéaire compatible, principe « solution particulière de l'équation complète + solution générale de l'équation homogène ». Notation Vect dans  $\mathbb{K}^n$ . Interprétation géométrique d'un Vect, équations cartésiennes d'une droite dans un plan, d'un plan dans l'espace.
- Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'un système linéaire. Algorithme du pivot.
- Matrice inversible, inverse, groupe linéaire. Solution d'un système de Cramer. Caractérisation des matrices inversibles en termes de systèmes linéaires. Application à l'inversion grâce à l'algorithme du pivot.
- Inversibilité et inversion des matrices carrées de taille 2. Formules de Cramer pour les systèmes linéaires de taille  $2 \times 2$ .
- Opérations sur les matrices inversibles — inverse, produit, puissances, transposée. Interprétation des opérations élémentaires comme produit par des matrices inversibles. Application à l'inversion grâce à l'algorithme du pivot.
- Condition nécessaire et suffisante d'inversibilité d'une matrice triangulaire. L'inverse d'une matrice triangulaire inversible est triangulaire de même type.

## QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Le produit matriciel est associatif ET le produit de deux matrices triangulaires supérieures est une matrice triangulaire supérieure.
- Formule «  $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$  » ET (TD) la somme et le produit de deux matrices nilpotentes qui commutent sont encore des matrices nilpotentes.
- Caractérisation des matrices inversibles en termes de systèmes linéaires.
- Résolution d'un système linéaire de taille au plus  $4 \times 4$  — au choix du colleur — par l'algorithme du pivot avec utilisation de la notation « Vect » pour décrire l'ensemble des solutions.