

# SEMAINE 12 DU 2 AU 8 JANVIER

## MATRICES ET SYSTÈMES LINÉAIRES

- Matrice, coefficients, lignes, colonnes. Addition matricielle et multiplication par un scalaire. Matrices élémentaires.
- Produit matriciel. Associativité, bilinéarité, matrice identité. Formule du binôme, formule  $A^k - B^k$ . Produit par blocs.
- Transposée. Linéarité, involutivité, effet sur un produit. Matrice symétrique/antisymétrique.
- Matrices diagonales et triangulaires. Stabilité par combinaison linéaire et produit.
- Trace d'une matrice carrée. Linéarité, effet sur un produit.
- Représentation matricielle d'un système linéaire. Système linéaire compatible, principe « solution particulière de l'équation complète + solution générale de l'équation homogène ». Notation Vect dans  $\mathbb{K}^n$ . Interprétation géométrique d'un Vect, équations cartésiennes d'une droite dans un plan, d'un plan dans l'espace.
- Opérations élémentaires sur les lignes d'un système linéaire. Algorithme du pivot.
- Matrice inversible, inverse, groupe linéaire. Solution d'un système de Cramer. Si une ligne/colonne de  $A$  est combinaison linéaire des autres,  $A$  n'est pas inversible — la réciproque sera étudiée plus tard. Caractérisation des matrices inversibles en termes de systèmes linéaires. Application à l'inversion via l'algorithme du pivot.
- Inversibilité et inversion des matrices carrées de taille 2. Formules de Cramer pour les systèmes de taille  $2 \times 2$ .
- Opérations sur les matrices inversibles. Interprétation des opérations élémentaires en termes de produit matriciel. Application à l'inversion via l'algorithme du pivot.
- Condition nécessaire et suffisante d'inversibilité d'une matrice triangulaire. L'inverse d'une matrice triangulaire inversible est triangulaire de même type. Tout système triangulaire à coefficients diagonaux non nuls possède une et une seule solution.

---

## QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Formule  $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$ . + (TD) La somme de deux matrices nilpotentes qui commutent est nilpotente.
- Le produit de deux matrices triangulaires supérieures est une matrice triangulaire supérieure. + Si une ligne/colonne de  $A$  est combinaison linéaire des autres,  $A$  n'est pas inversible.
- Caractérisation des matrices inversibles en termes de systèmes linéaires.