SEMAINE 13 DU 9 AU 15 JANVIER

STRUCTURES DE GROUPE ET D'ANNEAU

— **Loi (de composition) interne :** Magma. Associativité. Commutativité. Elément neutre et éléments inversibles (dans les magmas associatifs). Distributivité. Partie stable par une loi interne.

— **Structure de groupe :**

⟶ Groupe. Groupe symétrique S_E d'un ensemble non vide E. Groupe produit.

⟶ Sous-groupe. Caractérisation.

⟶ Morphisme de groupes, isomorphisme de groupes. Composée, réciproque. Image directe/réciproque d'un sous-groupe par un morphisme de groupes. Image/noyau d'un morphisme de groupes, caractérisation de la surjectivité/injectivité. Groupe des automorphismes d'un groupe.

— **Structure d'anneau :**

⟶ Anneau, anneau commutatif. Règles usuelles de calcul. Formule du binôme et formule $a^n - b^n$ lorsque a et b commutent. Anneau intègre. Groupe $\mathrm{U}(A)$ des inversibles d'un anneau A.

⟶ Sous-anneau. Caractérisation.

⟶ Corps.

⟶ Morphisme d'anneaux, isomorphisme d'anneaux.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

— Les matrices scalaires sont les seules matrices de $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ qui commutent à toute matrice de $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$.

— Tout sous-groupe de $\mathbb{Z}$ est de la forme $n\mathbb{Z}$ pour un certain $n \in \mathbb{N}$. On **ADMET** que $n\mathbb{Z}$ est un sous-groupe de $\mathbb{Z}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

— L'image réciproque d'un sous-groupe par un morphisme de groupes est un sous-groupe. + Un morphisme de groupes est injectif si et seulement si son noyau est réduit à l'élément neutre.

— **(TD)** Théorème de Lagrange dans le cas d'un groupe **COMMUTATIF** fini. Application à la détermination des sous-groupes finis de $\mathbb{C}^*$.