

SEMAINE DU 4 AU 10 FÉVRIER

STRUCTURE D'ESPACE VECTORIEL

- Espace vectoriel de dimension finie. Dans un espace vectoriel engendré par n vecteurs, toute partie libre possède au plus n éléments. Algorithme de la base incomplète. Théorème de la base incomplète/extraite.
- Dimension d'un espace vectoriel. En dimension n , toute partie libre possède au plus n éléments et toute partie génératrice en possède au moins n . En dimension n , une famille de n vecteurs est libre si et seulement si elle est génératrice. Rang d'une famille finie de vecteurs, caractérisation de la liberté. Dimension d'un sous-espace vectoriel, cas d'égalité. Dimension d'un espace vectoriel produit.
- Matrice d'une famille finie de vecteurs dans une base finie. Interprétation vectorielle de l'inversibilité. Caractérisation des matrices inversibles au moyen de leurs lignes/colonnes.
- Somme de deux sous-espaces vectoriels. Parties génératrices. Formule de Grassmann. Condition suffisante pour que deux sous-espaces affines soient concourants.
- Somme directe de deux sous-espaces vectoriels. Caractérisation. Dimension. Construction d'une somme directe à partir d'une famille libre. Bases d'une somme directe de deux sous-espaces vectoriels.
- Sous-espaces vectoriels supplémentaires. Existence d'un supplémentaire en dimension finie. Caractérisation de la supplémentarité en dimension finie.

LIMITES D'UNE FONCTION

- Limite dans $\overline{\mathbb{R}}$ d'une fonction $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ en un point $a \in \overline{\mathbb{R}}$ adhérent à D . Unicité. Si $a \in D$: $\lim_a f = f(a)$. Si f possède une limite finie en a , f est bornée au voisinage de a .
- Limite à gauche/droite. Caractérisation de la limite en termes de limites à gauche et à droite.
- Caractérisation séquentielle de la limite. Opérations sur les limites. Limites et inégalités strictes/larges.
- Théorèmes d'encadrement/de minoration/de majoration.
- Théorème de la limite monotone.
- Brève extension aux fonctions complexes.

CONTINUITÉ

- Continuité en un point, sur une partie et à gauche/à droite en un point d'une fonction complexe. Caractérisation en termes de parties réelle et imaginaire. Prolongement par continuité en un point. Opérations sur la continuité.
- Caractérisation séquentielle de la continuité. Équation fonctionnelle « $f(x+y) = f(x) + f(y)$ » des fonctions linéaires.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- **Partie 1** : Chaque étudiant est interrogé sur l'UNE des neuf définitions de la limite d'une fonction en un point. Sont attendues sans les plus brefs délais :
 - la définition quantifiée correspondante,
 - une figure illustrative avec des voisinages.
- **Partie 2** :
 - Dimension d'un sous-espace vectoriel en dimension finie.
 - Si : $\lim_a f = b$ et si : $\lim_b f = c$, alors : $\lim_a g \circ f = c$. **AVEC UN DESSIN !**
 - **(Partie 1 inutile pour cette question)** Théorème de la limite monotone — si $f : [a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ est croissante, $\lim_{a^+} f$ existe et est finie.
 - Équation fonctionnelle « $f(x+y) = f(x) + f(y)$ » des fonctions linéaires. On vous demandera de présenter rapidement les étapes de la preuve et d'en détailler seulement une ou deux.