

SEMAINE DU 5 AU 11 FÉVRIER

STRUCTURE D'ESPACE VECTORIEL

- Espace vectoriel de dimension finie. Dans un espace vectoriel engendré par n vecteurs, toute partie libre possède au plus n éléments. Algorithme de la base incomplète. Théorème de la base incomplète/extraite.
- Dimension d'un espace vectoriel. En dimension n , toute partie libre possède au plus n éléments et toute partie génératrice en possède au moins n . En dimension n , une famille de n vecteurs est libre si et seulement si elle est génératrice. Rang d'une famille finie de vecteurs, caractérisation de la liberté. Dimension d'un sous-espace vectoriel, cas d'égalité. Dimension d'un espace vectoriel produit.
- Matrice d'une famille finie de vecteurs dans une base finie. Interprétation vectorielle de l'inversibilité. Caractérisation des matrices inversibles au moyen de leurs lignes/colonnes.
- Somme de deux sous-espaces vectoriels. Parties génératrices. Formule de Grassmann. Condition suffisante pour que deux sous-espaces affines soient concourants.
- Somme directe de deux sous-espaces vectoriels. Caractérisation. Dimension. Construction d'une somme directe à partir d'une famille libre. Bases d'une somme directe de deux sous-espaces vectoriels.
- Sous-espaces vectoriels supplémentaires. Existence d'un supplémentaire en dimension finie. Caractérisation de la supplémentarité en dimension finie.

LIMITES D'UNE FONCTION

- Limite dans $\overline{\mathbb{R}}$ d'une fonction $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ en un point $a \in \overline{D}$. Unicité de la limite. Si $a \in D$: $\lim_a f = f(a)$. Si f possède une limite finie en a , f est bornée au voisinage de a .
- Limite à gauche/droite. Caractérisation de la limite en termes de limites à gauche et à droite.
- Caractérisation séquentielle de la limite. Opérations sur les limites. Limites et inégalités strictes/larges.
- Théorèmes d'encadrement/de minoration/de majoration.
- Théorème de la limite monotone.
- Brève extension aux fonctions complexes.

CONTINUITÉ

- Continuité en un point, sur une réunion finie d'intervalles et à gauche/à droite en un point d'une fonction complexe. Caractérisation en termes de parties réelle et imaginaire. Prolongement par continuité en un point. Opérations sur la continuité.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- **Partie 1** : Chaque étudiant est interrogé sur l'UNE des neuf définitions de la limite d'une fonction en un point. Sont attendues sans les plus brefs délais :
 - la définition quantifiée correspondante,
 - une figure illustrative avec des voisinages.
- **Partie 2** :
 - Dimension d'un sous-espace vectoriel en dimension finie.
 - Si : $\lim_a f = b$ et si : $\lim_b f = c$, alors : $\lim_a g \circ f = c$. **AVEC UN DESSIN !**
 - **(Partie 1 inutile pour cette question)** Théorème de la limite monotone — si $f : [a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ est croissante, $\lim_{a^+} f$ existe et est finie.
 - **(Hors programme pour les exercices)** Équation fonctionnelle « $f(x+y) = f(x)+f(y)$ » des fonctions linéaires. On vous demandera de présenter rapidement les étapes de la preuve et d'en détailler seulement une ou deux.
 - **(Hors programme pour les exercices)** Théorème des bornes atteintes.