

SEMAINE DU 6 AU 12 FÉVRIER

STRUCTURE D'ESPACE VECTORIEL

- Espace vectoriel de dimension finie. Dans un espace vectoriel engendré par n vecteurs, toute partie libre possède au plus n éléments. Algorithme de la base incomplète. Théorème de la base incomplète/extraite. Dimension d'un espace vectoriel. En dimension n , toute partie libre possède au plus n éléments et toute partie génératrice en possède au moins n . En dimension n , une famille de n vecteurs est libre si et seulement si elle est génératrice. Une matrice est inversible si et seulement si elle est inversible à gauche ou à droite, si et seulement si le système linéaire homogène qui lui est associé admet le vecteur nul pour seule et unique solution. Rang d'une famille finie de vecteurs, caractérisation de la liberté. Dimension d'un sous-espace vectoriel, cas d'égalité. Dimension d'un espace vectoriel produit.
- Matrice d'une famille finie de vecteurs dans une base finie. Interprétation vectorielle de l'inversibilité.
- Somme de deux sous-espaces vectoriels. Parties génératrices. Formule de Grassmann. Condition suffisante pour que deux sous-espaces affines soient concourants. Somme directe de deux sous-espaces vectoriels, caractérisation par l'intersection. Construction d'une somme directe à partir d'une famille libre. Bases d'une somme directe de deux sous-espaces vectoriels. Sous-espaces vectoriels supplémentaires. Existence d'un supplémentaire en dimension finie. Caractérisation de la supplémentarité en dimension finie.

LIMITES D'UNE FONCTION

- Limite dans $\overline{\mathbb{R}}$ d'une fonction $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ en un point $a \in \overline{\mathbb{R}}$ adhérent à D . Unicité. Si f est définie en a , alors $\lim_a f = f(a)$. Si f possède une limite finie en a , f est bornée au voisinage de a . Limite à gauche/droite. Caractérisation de la limite en termes de limites à gauche et à droite.
- Caractérisation séquentielle de la limite. Opérations sur les limites. Limites et inégalités strictes/larges.
- Théorèmes d'encadrement/de minoration/de majoration. Théorème de la limite monotone.
- Brève extension aux fonctions complexes.

CONTINUITÉ

- Continuité en un point, sur une partie et à gauche/à droite en un point d'une fonction complexe. Caractérisation en termes de parties réelle et imaginaire. Prolongement par continuité en un point. Opérations sur la continuité.
- Caractérisation séquentielle de la continuité. Endomorphismes continus du groupe \mathbb{R} .
- Théorème des valeurs intermédiaires. Version strictement monotone.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Formule de Grassmann.
- Si $\lim_a f = b$ et si $\lim_b f = c$, alors $\lim_a g \circ f = c$.
- Théorème de la limite monotone — si $f : [a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ est croissante, $\lim_{a^+} f$ existe et est finie.
- Endomorphismes continus du groupe \mathbb{R} .
- **(TD)** Détermination de toutes les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continues en 0 pour lesquelles $f(2x) = f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
+ Pour toutes fonctions $f, g \in \mathcal{C}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, si $f|_{\mathbb{Q}} = g|_{\mathbb{Q}}$, alors $f = g$.