SEMAINE DU 12 AU 18 MARS

ANALYSE ASYMPTOTIQUE DE NIVEAU 1

— Négligeabilité (fonctions et suites). Croissances comparées usuelles. Limites finies et petits o. Opérations sur les petits o.

— Développements limités. Unicité des coefficients. On peut toujours se ramener à un développement limité au voisinage de 0. Troncature. Lien avec la continuité et la dérivabilité. Cas des fonctions paires et impaires au voisinage de 0.

— Primitivation des développements limités. Formule de Taylor-Young. Dérivation des développements limités.

— Développements limités usuels au voisinage de 0 : $\frac{1}{1-x}$, $\ln(1+x)$, e^x, $(1+x)^\alpha$, $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{Arctan} x$, $\operatorname{sh} x$ et $\operatorname{ch} x$, ainsi que $\tan x$ à l'ordre 3.

— Opérations sur les développements limités.

— Équivalence (fonctions et suites). Lien entre les équivalents et les limites, les petits o et les développements limités. Nouveaux équivalents usuels en 0 : $\operatorname{Arcsin} x$, $\operatorname{Arccos} x - \frac{\pi}{2}$ et $\operatorname{th} x$. Opérations sur les équivalents.

— Domination (fonctions et suites). Grands O, petits o et équivalence. Opérations sur les grands O.

— Application des outils du chapitre au calcul de limites.

— Position locale par rapport à une tangente. Extremas locaux et points d'inflexion. Position locale par rapport à une asymptote.

APPLICATIONS LINÉAIRES

— Application linéaire. Application linéaire canoniquement associée à une matrice. Formes coordonnées relativement à une base. Composition des applications linéaires.

— Image d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire. Image d'un Vect par une application linéaire, expression de l'image comme un Vect. Image d'une matrice.

— Image réciproque d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire. Noyau d'une application linéaire, caractérisation de l'injectivité. Noyau d'une matrice. Structure affine de l'ensemble des solutions d'une équation linéaire.

— Isomorphisme, espaces vectoriels isomorphes. Composition d'isomorphismes, réciproque d'un isomorphisme. Traduction de l'inversibilité en termes d'application linéaire canoniquement associée. Effet d'un isomorphisme sur la dimension. Tout espace vectoriel de dimension finie $n \neq 0$ est isomorphe à $\mathbb{K}^n$. Caractérisation de l'injectivité/surjectivité/bijectivité par l'image d'une base.

— Aplication linéaire de rang fini, rang. Inégalités sur le rang et cas d'égalité. « Injectif = surjectif » pour des espaces vectoriels de départ et d'arrivée de mêmes dimensions finies. Si : $AB = I_n$, alors A et B sont inversibles et inverses l'une de l'autre.

— Forme géométrique du théorème du rang. Théorème du rang.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

— **(TD)** Developpement limité à tout ordre au voisinage de 0 de la fonction arcsinus en partant d'un développement limité de $x \longmapsto \frac{1}{\sqrt{1+x}}$.

— L'image réciproque d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire est un sous-espace vectoriel <u>**ET**</u> une application linéaire est injective si et seulement si son noyau est réduit au seul vecteur nul.

— Si E est de dimension finie et si F est isomorphe à E, alors F est de dimension finie et : $\dim E = \dim F$.

— Pour tout $f \in \mathscr{L}(E,F)$ et pour toute base $(e_i)_{i\in I}$ de E, f est injective si et seulement si $\big(f(e_i)\big)_{i\in I}$ est libre.

— Forme géométrique du théorème du rang <u>**ET**</u> théorème du rang.