

# SEMAINE DU 1<sup>ER</sup> AU 7 OCTOBRE

## RAPPELS ET COMPLÉMENTS SUR LES FONCTIONS

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur une partie de  $\mathbb{R}$  et à valeurs réelles.

- Image et antécédents d'un point, image d'une partie par une fonction, image d'une fonction. Composée de deux fonctions.
- Monotonie, somme de deux fonctions croissantes/décroissantes, composée de deux fonctions monotones. Fonction majorée/minorée/bornée. Maximum/minimum.
- Transformations affines du graphe d'une fonction :  $x \mapsto -f(x)$ ,  $x \mapsto f(-x)$ ,  $x \mapsto f(x) + y_0$ ,  $x \mapsto f(x + x_0)$ ,  $x \mapsto \lambda f(x)$  et  $x \mapsto f(\lambda x)$  avec  $\lambda > 0$ . Parité/imparité/périodicité, opérations sur les fonctions périodiques.
- Dérivabilité, nombre dérivé, dérivée, tangente, opérations sur les dérivées. Caractérisation des fonctions dérivables constantes/monotones/strictement monotones. Dérivées successives. Démonstration d'inégalités par étude de fonction.
- Fonctions affines, polynomiales et rationnelles. Racine (réelle) d'une fonction polynomiale et principe de factorisation associé.
- Fonctions exponentielle, logarithme et puissances (quelconques). Croissances comparées.
- Fonctions sinus, cosinus et tangente hyperboliques.
- Bijection, identité, réciproque. Une fonction est bijective si et seulement si elle possède une réciproque. Graphe d'une réciproque. La réciproque d'une bijection strictement monotone (resp. impaire) est strictement monotone de même sens de variation (resp. impaire).
- Continuité, lien avec la dérivabilité. TVI et TVI strictement monotone.
- Continuité et dérivabilité d'une réciproque.

## FONCTIONS CIRCULAIRES

- Relations de congruence, ensembles  $a\mathbb{Z} + \beta$ .
- Fonctions sinus, cosinus et tangente. Toutes les formules usuelles de trigonométrie sont au programme — sauf les formules du type «  $\cos x + \cos y$  » qui seront étudiées au chapitre « Nombres complexes ». Transformation des expressions «  $a \cos \theta + b \sin \theta$  ».
- Fonctions arcsinus, arccosinus et arctangente.

## QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

Chaque étudiant est interrogé sur :

- **DEUX OU TROIS** formules de trigonométrie relatives aux fonctions sinus, cosinus et tangente — à l'exception des formules du type «  $\cos x + \cos y$  ».
- **DEUX** fonctions usuelles à choisir parmi les fonctions sinus hyperbolique, cosinus hyperbolique, tangente hyperbolique, arcsinus, arccosinus et arctangente. On attend des étudiants qu'ils sachent donner les ensembles de définition et de dérivabilité, la dérivée et l'allure du graphe avec précision de la tangente en 0 et des asymptotes éventuelles.

Aucune démonstration n'est ici attendue, en revanche les étudiants doivent pouvoir répondre très rapidement. Plus précisément :

- les formules du type «  $\cos(x + \pi)$  » ou «  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$  » doivent être retrouvées de tête presque instantanément,
- les formules du type «  $\cos(x + y)$  » ou «  $\cos(2x)$  » doivent être connues par cœur sans réflexion aucune,
- les formules du type «  $\cos x \cos y$  » ne sont pas à connaître par cœur, mais doivent être retrouvées de tête rapidement à partir des formules d'addition.