

SEMAINE 2 DU 25 SEPTEMBRE AU 1^{ER} OCTOBRE

SOMMES, PRODUITS, COEFFICIENTS BINOMIAUX

- Sommes \sum . Changements d'indice et simplifications télescopiques. Sommes doubles avec indices indépendants ou dépendants. Carré d'un \sum .
- Factorisation de $\sum_{k=0}^n k$ et $\sum_{k=0}^n k^2$.
- Sommes géométriques et formule $a^n - b^n$. Pour une fonction polynomiale P et $\lambda \in \mathbb{C}$, $P(\lambda) = 0$ si et seulement s'il existe une fonction polynomiale Q pour laquelle $P(z) = (z - \lambda)Q(z)$ pour tout $z \in \mathbb{C}$.
- Produits \prod . Factorielle. Changement d'indice et simplifications télescopiques. Produits doubles avec indices indépendants ou dépendants.
- Définition combinatoire des coefficients binomiaux. Expression factorielle, symétrie, formule de Pascal, formule du capitaine $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$. Formule du binôme.

RAPPELS ET COMPLÉMENTS SUR LES FONCTIONS

Les fonctions considérées sont définies exclusivement sur une partie de \mathbb{R} et à valeurs réelles.

Aucun rappel spécifique n'a encore été fait sur la dérivation et les fonctions logarithme et exponentielle, mais les bases du programme de Terminale sur ces sujets sont exigibles dès cette semaine.

- Fonction, valeur, image et antécédents. Restriction et prolongements. Image d'une partie par une fonction, image d'une fonction. Expression « à valeurs dans ». Fonction surjective. Fonction injective.
- Composition. Partie stable.
- Fonction bijective. Identité, réciproque. Caractérisation de la bijectivité par l'existence d'une réciproque.
- Monotonie. Injectivité et stricte monotonie. Addition/produit/composition/réciproque de fonctions monotones. Caractère majoré/minoré/borné d'une fonction. Maximum, minimum.
- Transformations affines du graphe d'une fonction. Parité/imparité. Réciproque d'une fonction bijective impaire. Périodicité. Opérations sur les fonctions périodiques.
- Fonction continue. Opérations sur les fonctions continues. TVI et TVI strictement monotone. Point fixe.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Démonstration combinatoire de la relation $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Démonstration combinatoire de la formule de Pascal.
- Démonstration combinatoire de la formule du capitaine $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$.
- Formule du binôme.
- Le produit de deux fonctions croissantes positives est une fonction croissante. + Une fonction $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ est minorée et majorée si et seulement s'il existe un réel $K \geq 0$ pour lequel pour tout $x \in E$: $|f(x)| \leq K$.