Semaine du 15 au 21 mars

Applications linéaires

— Application linéaire. Application linéaire canoniquement associée à une matrice. Formes coordonnées relativement à une base. Composition des applications linéaires.

— Image d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire. Image d'un Vect par une application linéaire, expression de l'image comme un Vect. Image d'une matrice.

— Image réciproque d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire. Noyau d'une application linéaire, caractérisation de l'injectivité. Noyau d'une matrice. Structure affine de l'ensemble des solutions d'une équation linéaire.

— Isomorphisme, composition, réciproque. Espaces vectoriels isomorphes. Traduction de l'inversibilité en termes d'application linéaire canoniquement associée. Effet d'un isomorphisme sur la dimension. Tout espace vectoriel de dimension finie $n \neq 0$ est isomorphe à $\mathbb{K}^n$. Caractérisation de l'injectivité/surjectivité/bijectivité par l'image d'une base.

— Aplication linéaire de rang fini, rang. Inégalités sur le rang et cas d'égalité. « Injectif = surjectif » pour des espaces vectoriels de départ et d'arrivée de mêmes dimensions finies. Forme géométrique du théorème du rang. Théorème du rang.

— Rang d'une matrice, caractérisation de l'inversibilité. Invariance du rang par composition par un isomorphisme. Les opérations élémentaires préservent le rang. Calcul du rang par l'algorithme du pivot.

— Détermination d'une application linéaire par l'image d'une base. Dimension de $\mathscr{L}(E,F)$.

Questions de cours de début d'heure

— L'image réciproque d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire est un sous-espace vectoriel **ET** une application linéaire est injective si et seulement si son noyau est réduit au seul vecteur nul.

— Si E est de dimension finie et si F est isomorphe à E, alors F est de dimension finie et : $\dim E = \dim F$.

— Forme géométrique du théorème du rang **ET** théorème du rang.

— **(TD)** Soient E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel. Pour tous $f, g \in \mathscr{L}(E)$: $E = \operatorname{Im} f + \operatorname{Ker} g \iff \operatorname{Im}(gf) = \operatorname{Im} g$.