

# SEMAINE DU 29 MARS AU 4 AVRIL

## DÉNOMBREMENT

- Ensemble fini/infini, cardinal d'un ensemble fini. Lien avec l'équipotence. Parties d'un ensemble fini. Effet d'une application sur le cardinal.
- Cardinal d'une réunion finie d'ensembles finis, cardinal d'une différence de deux ensembles finis. Principe des bergers.  
**Attention** : La formule du crible est hors programme, mais peut être exigée pour trois ou quatre ensembles.
- Cardinal d'un produit cartésien fini d'ensembles finis. Liste, nombre de  $p$ -listes d'un ensemble fini. Arrangement, nombre de  $p$ -arrangements d'un ensemble fini.
- Nombre d'applications (resp. injectives) entre deux ensembles finis. Nombre de permutations d'un ensemble fini.
- Combinaison, nombre de  $p$ -combinaisons d'un ensemble fini. Nombre de  $k$ -listes strictement croissantes de  $\llbracket 1, n \rrbracket$ . Nombre de parties d'un ensemble fini.
- Indicatrice d'une partie, propriétés.
- Formule de Vandermonde :  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$ . Utilisation de polynômes ou de fractions rationnelles pour calculer des sommes du genre :  $\sum_{k=0}^n kx^k$ ,  $\sum_{k=0}^n k^2x^k$ ,  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} kx^k \dots$

## ESPACES PROBABILISÉS FINIS ET VARIABLES ALÉATOIRES

- Vocabulaire usuel des événements, système complet d'événements. Variable aléatoire, notations  $\{X = x\}$ ,  $\{X \leq x\}$ ,  $\{X \in A\} \dots$
- Probabilité sur un univers fini, espace probabilisé fini. Probabilité uniforme. Propriétés : complémentaire, croissance, réunion. Distribution de probabilités sur un univers fini. Détermination d'une probabilité sur les événements élémentaires.  
**Attention** : La formule du crible est hors programme, mais peut être exigée pour trois ou quatre événements.
- Loi d'une variable aléatoire. Loi uniforme sur un ensemble fini non vide  $E$  :  $P(X \in A) = \frac{|A|}{|E|}$ . Loi de Bernoulli, exemple fondamental des variables aléatoires  $\mathbb{1}_A$ . Loi de  $f(X)$ . Définition implicite d'un espace probabilisé fini par la donnée d'une distribution de probabilités.
- Probabilité conditionnelle. Formule des probabilités totales. Formules de Bayes. Formule des probabilités composées.

## QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Démonstration combinatoire de la formule du capitaine :  $p \binom{n}{p} = n \binom{n-1}{p-1}$  **ET** de la formule de Pascal.
- Formules :  $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$  et  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .
- **(TD)** Démonstration combinatoire de la formule de Vandermonde.