

SEMAINE 22 DU 27 MARS AU 2 AVRIL

APPLICATIONS LINÉAIRES

- Détermination d'une application linéaire sur une base ou une somme directe. Effet d'un isomorphisme sur la dimension. Tout espace vectoriel de dimension finie $n \neq 0$ est isomorphe à \mathbb{K}^n . Application linéaire de rang fini, rang. Inégalités sur le rang et cas d'égalité. « Injectif = surjectif » pour des espaces vectoriels de départ et d'arrivée de mêmes dimensions finies. Forme géométrique du théorème du rang. Théorème du rang.
- Rang d'une matrice, caractérisation de l'inversibilité. Invariance du rang par composition par un isomorphisme. Les opérations élémentaires préservent le rang. Calcul du rang par l'algorithme du pivot.
- Forme linéaire. La famille des formes coordonnées est une base de l'espace vectoriel des formes linéaires. Hyperplan, définition par les formes linéaires, caractérisation géométrique par l'existence d'une droite supplémentaire. Comparaison des équations d'un hyperplan. Intersection d'hyperplans.
- Projection, symétrie. Propriétés, caractérisation.

DÉNOMBREMENT

- Ensemble fini/infini, cardinal d'un ensemble fini. Lien avec l'équipotence. Parties d'un ensemble fini. Effet d'une application sur le cardinal.
- Cardinal d'une réunion finie d'ensembles finis, cardinal d'une différence de deux ensembles finis. Principe des bergers.
- Cardinal d'un produit cartésien fini d'ensembles finis. Liste, nombre de p -listes d'un ensemble fini. Arrangement, nombre de p -arrangements d'un ensemble fini.
- Nombre d'applications (resp. applications injectives) entre deux ensembles finis. Nombre de permutations d'un ensemble fini.
- Combinaison, nombre de p -combinaisons d'un ensemble fini. Nombre de k -listes strictement croissantes de $\llbracket 1, n \rrbracket$. Nombre de parties d'un ensemble fini.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Dans un espace vectoriel de dimension n , l'intersection de r hyperplans est un sous-espace vectoriel de dimension au moins $n - r$. + Tout sous-espace vectoriel de dimension $n - r$ est l'intersection d'exactly r hyperplans.
- **(TD)** Le commutant d'un endomorphisme f nilpotent d'indice n d'un espace vectoriel de dimension n est égal à $\text{Vect}(\text{Id}_E, f, f^2, \dots, f^{n-1})$.
- **(TD)** Pour tous $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et $g \in \mathcal{L}(F, G)$ avec E et F de dimension finie : $\dim \text{Ker}(g \circ f) \leq \dim \text{Ker } f + \dim \text{Ker } g$.
- Démonstration combinatoire de la formule du capitaine $p \binom{n}{p} = n \binom{n-1}{p-1}$ **ET** de la formule de Pascal.