

SEMAINE 23 DU 3 AU 9 AVRIL

DÉNOMBREMENT

- Ensemble fini/infini, cardinal d'un ensemble fini. Lien avec l'équipotence. Parties d'un ensemble fini. Effet d'une application sur le cardinal.
- Cardinal d'une réunion finie d'ensembles finis, cardinal d'une différence de deux ensembles finis. Principe des bergers.
Attention : La formule du crible est hors programme, mais peut être exigée pour trois ou quatre ensembles.
- Cardinal d'un produit cartésien fini d'ensembles finis. Liste, nombre de p -listes d'un ensemble fini. Arrangement, nombre de p -arrangements d'un ensemble fini.
- Nombre d'applications (resp. applications injectives) entre deux ensembles finis. Nombre de permutations d'un ensemble fini.
- Combinaison, nombre de p -combinaisons d'un ensemble fini. Nombre de k -listes strictement croissantes de $\llbracket 1, n \rrbracket$. Nombre de parties d'un ensemble fini.
- Indicatrice d'une partie, propriétés.
- Formule de Vandermonde : $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$. Utilisation de polynômes ou de fractions rationnelles pour calculer des sommes du genre : $\sum_{k=0}^n kx^k$, $\sum_{k=0}^n k^2x^k$, $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} kx^k \dots$

ESPACES PROBABILISÉS FINIS ET VARIABLES ALÉATOIRES

- Vocabulaire usuel des événements, système complet d'événements. Variable aléatoire, notations $\{X = x\}$, $\{X \leq x\}$, $\{X \in A\} \dots$
- Probabilité sur un univers fini, espace probabilisé fini. Probabilité uniforme. Propriétés : complémentaire, croissance, réunion. Distribution de probabilités sur un univers fini. Détermination d'une probabilité sur les événements élémentaires.
Attention : La formule du crible est hors programme, mais peut être exigée pour trois ou quatre événements.
- Loi d'une variable aléatoire. Loi uniforme sur un ensemble fini non vide E : $P(X \in A) = \frac{|A|}{|E|}$. Loi de Bernoulli, exemple fondamental des variables aléatoires $\mathbb{1}_A$. Loi de $f(X)$. Définition implicite d'un espace probabilisé fini par la donnée d'une distribution de probabilités.
- Probabilité conditionnelle. Formule des probabilités totales. Formules de Bayes. Formule des probabilités composées. Lois conditionnelles d'une variable aléatoire.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- **(TD)** Soit E un ensemble fini de cardinal n . Combien de couples (A, B) de parties de E pour lesquelles $A \cap B = \emptyset$? DEUX preuves sont attendues.
- **(TD)** Démonstration combinatoire de la formule de Vandermonde.
- Calcul d'une somme du genre $\sum_{k=0}^n (-3)^k k$ ou $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{k}{4^k}$.
- Formules $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$ et $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.