Semaine du 15 au 21 avril

Modélisation probabiliste sur un univers fini

— Événements (mutuellement) indépendants. Loi binomiale. Variables aléatoires (mutuellement) indépendantes. Si $X_1, \ldots, X_m, \ldots X_n$ sont indépendantes, $f(X_1, \ldots, X_m)$ et $g(X_{m+1}, \ldots, X_n)$ le sont aussi.

— Loi d'un couple de variables aléatoires, lois marginales. Loi uniforme sur un produit cartésien : $(X, Y) \hookrightarrow \mathscr{U}(E \times F)$ si et seulement si X et Y sont indépendantes et : $X \hookrightarrow \mathscr{U}(E)$ et $Y \hookrightarrow \mathscr{U}(F)$. Loi de $f(X, Y)$ en fonction de f et de la loi de (X, Y). Si X et Y sont indépendantes et si : $X \hookrightarrow \mathscr{B}(m, p)$ et $Y \hookrightarrow \mathscr{B}(n, p)$, alors : $X + Y \hookrightarrow \mathscr{B}(m + n, p)$. Existence d'une famille finie de variables aléatoires indépendantes de lois prescrites.

Arithmétique des polynômes et fractions rationnelles

— Théorème de d'Alembert-Gauss. Polynôme irréductible. Polynômes irréductibles de $\mathbb{C}(X)$ et factorisation irréductible sur $\mathbb{C}$. Polynômes irréductibles de $\mathbb{R}(X)$ et factorisation irréductible sur $\mathbb{R}$.

— PGCD de deux polynômes, « unicité ». Algorithme d'Euclide. Les diviseurs communs de A et B sont exactement les diviseurs de $A \wedge B$. Relations de Bézout, algorithme d'Euclide étendu. Extension des définitions et résultats précédents à un nombre fini quelconque de polynômes.

— Polynômes premiers entre eux (dans leur ensemble ou deux à deux). Théorème de Bézout. Théorème de Gauss.

— PPCM de deux polynômes, « unicité ». Lien avec le PGCD.

— Corps $\mathbb{K}(X)$ des fractions rationnelles à coefficients dans $\mathbb{K}$. Plongement de $\mathbb{K}[X]$ dans $\mathbb{K}(X)$. Structure vectorielle.

— Forme irréductible d'une fraction rationnelle. Dérivée. Degré. Fonction rationnelle. Zéros et pôles, multiplicité. Partie entière.

— Décomposition en éléments simples sur $\mathbb{C}$, sur $\mathbb{R}$. Application au calcul d'intégrales. Techniques usuelles :

- Multiplication par $(X - \lambda)^m$ puis évaluation en λ.
- Multiplication par X puis passage à la limite en $+\infty$.
- Évaluation en un point.
- Mise au même dénominateur et identification.
- Formule « $a = \dfrac{A(\lambda)}{B'(\lambda)}$ » dans le cas d'une forme irréductible $\dfrac{A}{B}$ et d'un pôle simple λ.

Attention : Les règles de Bioche sont hors programme.

Intégration sur un segment

Révisions de **calcul exact** du chapitre « Calculs de primitives et d'intégrales » : IPP, changement de variable, primitivation d'une fonction de la forme $x \longmapsto \sin^m x \cos^n x$, $x \longmapsto e^{ax} \cos(bx)$ ou d'une fraction rationnelle.

Questions de cours de début d'heure

Aucune cette semaine !