SEMAINE DU 14 AU 20 MAI

ANALYSE ASYMPTOTIQUE DE NIVEAU 2

ATTENTION ! Aucun des résultats de ce chapitre n'est au programme de MPSI. Ce chapitre est plutôt une collection de techniques classiques.

— Étude de sommes par encadrement d'intégrales. Développement asymptotique : $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \underset{n\to+\infty}{=} \ln n + \gamma + o(1)$.

— Développements asymptotiques de suites récurrentes.

— Développements asymptotiques de suites d'intégrales et de fonctions définies par une intégrale.

— Développements asymptotiques de solutions d'équations définies implicitement.

— Formule de Wallis. Formule de Stirling.

REPRÉSENTATION MATRICIELLE DES APPLICATIONS LINÉAIRES

— Matrice d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases. Formule : $\mathrm{rg}(\mathscr{X}) = \mathrm{rg}\big(\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(\mathscr{X})\big)$.

— Matrice d'une application linéaire dans un couple de bases. Formules :

$$\mathrm{rg}(f) = \mathrm{rg}\big(\mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(f)\big), \quad \mathrm{Mat}_{\mathscr{C}}\big(u(x)\big) = \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(u) \times \mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(x) \quad \text{et} \quad \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{D}}(g \circ f) = \mathrm{Mat}_{\mathscr{C},\mathscr{D}}(g) \times \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(f).$$

Isomorphisme $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}$ de $\mathscr{L}(E,F)$ sur $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Caractérisation des isomorphismes. Condition nécessaire et suffisante d'inversibilité d'une matrice de Vandermonde.

— Interprétation géométrique des blocs en termes de stabilité. Exemple des projections et des symétries dans une base adaptée.

— Matrice de passage. Changement de base pour un vecteur. Changement de bases pour une application linéaire. Changement de bases et matrice J_r.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

— Formule de Wallis.

— Formule : $\mathrm{Mat}_{\mathscr{C}}\big(u(x)\big) = \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(u) \times \mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(x)$.

— Formule : $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{D}}(g \circ f) = \mathrm{Mat}_{\mathscr{C},\mathscr{D}}(g) \times \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(f)$.

— Condition nécessaire et suffisante d'inversibilité d'une matrice de Vandermonde — pour les colleurs : **SANS CALCUL DE DÉTERMINANT !**

— Formule de changement de bases pour une application linéaire — avec preuve et diagramme commutatif pour commenter.

— Pour tout $f \in \mathscr{L}(E,F)$ de rang r, il existe une base $\mathscr{B}$ de E et une base $\mathscr{C}$ de F pour lesquelles : $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(f) = J_r$.