

SEMAINE DU 13 AU 19 MAI

ANALYSE ASYMPTOTIQUE DE NIVEAU 2

Attention : Aucun des résultats de ce chapitre n'est au programme de MPSI. Ce chapitre est plutôt une collection de techniques classiques.

- Étude de sommes par encadrement d'intégrales. Développement asymptotique : $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \underset{n \rightarrow +\infty}{=} \ln n + \gamma + o(1)$.
 - Développements asymptotiques de suites récurrentes.
 - Développements asymptotiques de suites d'intégrales et de fonctions définies par une intégrale.
 - Développements asymptotiques de solutions d'équations définies implicitement.
 - Formule de Wallis. Formule de Stirling.
-

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Soit $f \in \mathcal{C}([1, +\infty[, \mathbb{R})$ positive décroissante. Pour un certain $\ell \in \mathbb{R}$: $\sum_{k=1}^n f(k) \underset{n \rightarrow +\infty}{=} \int_1^n f(t) dt + \ell + o(1)$.
- Formule de Wallis. L'interrogateur vous demandera peut-être d'abrégier certaines parties de la preuve pour gagner du temps.
- **(TD)** Pour tout $f \in \mathcal{C}^2([0, 1], \mathbb{R})$: $\int_0^1 t^n f(t) dt \underset{n \rightarrow +\infty}{=} \frac{f(1)}{n} - \frac{f(1) + f'(1)}{n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)$.