

# SEMAINE 28 DU 29 MAI AU 4 JUIN

## DÉTERMINANTS

- Groupe symétrique. Support d'une permutation. Deux permutations disjointes commutent. Cycles, transpositions. Décomposition d'une permutation en produit de cycles disjoints, en produit de transpositions. Signature. Permutations paires/impaires.
- Application multilinéaire. Forme multilinéaire alternée, définition par les familles dont deux vecteurs sont égaux. Antisymétrie, action d'une permutation, nullité sur une famille libre.
- Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Si  $n = \dim E$ , toute forme  $n$ -linéaire alternée de  $E$  est un multiple du déterminant dans une base fixée. Cas des dimensions 2 et 3, interprétation du déterminant en termes d'aire et de volume orientés. Formule de changement de base, caractérisation des bases. Orientation d'un  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel de dimension finie.
- Déterminant d'une matrice carrée. Formule  $\det_{\mathcal{B}}(\mathcal{X}) = \det(\text{Mat}_{\mathcal{B}}(\mathcal{X}))$ . Multilinéarité par rapport aux lignes et aux colonnes. Déterminant d'un produit. Caractérisation des matrices inversibles. Invariance par transposition.
- Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs. Calcul de déterminants par la méthode du pivot.
- Mineurs, cofacteurs, comatrice. Développement par rapport à une ligne ou une colonne. Formule d'inversion.
- Déterminant d'un endomorphisme. Propriétés.

## POSITION ET DISPERSION D'UNE VARIABLE ALÉATOIRE

- Espérance d'une variable aléatoire complexe. Espérance de la loi uniforme, de la loi de Bernoulli, de la loi binomiale. Linéarité, inégalité triangulaire, lien avec les parties réelle et imaginaire, positivité, croissance. Formule de transfert, cas d'un couple de variables aléatoires. Espérance du produit de deux variables aléatoires indépendantes.
- Variance et écart-type d'une variable aléatoire réelle. Effet d'une transformation affine, condition de nullité. Covariance de deux variables aléatoires réelles, lien avec l'indépendance, variance d'une somme. Variance de la loi de Bernoulli et de la loi binomiale.
- Inégalité de Markov. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

---

## QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- **(TD)** Polynôme caractéristique d'une matrice compagnon.
- **(DM)** Deux matrices de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  semblables sur  $\mathbb{C}$  le sont aussi sur  $\mathbb{R}$ .
- Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.
- **(TD)** Pour toute variable aléatoire  $X$  à valeurs dans  $\mathbb{N}$  de plus grande valeur  $n$  : 
$$E(X) = \sum_{k=0}^{n-1} P(X > k).$$