Semaine du 9 au 15 octobre

Fonctions circulaires

— Relations de congruence, ensembles $\alpha\mathbb{Z}+\beta$.

— Fonctions sinus, cosinus et tangente. Toutes les formules usuelles de trigonométrie sont au programme — sauf les formules du type « $\cos x+\cos y$ » qui seront étudiées au chapitre « Nombres complexes ». Transformation des expressions « $a\cos\theta+b\sin\theta$ ».

— Fonctions arcsinus, arccosinus et arctangente.

Nombres complexes

— Ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes. Partie réelle, partie imaginaire, forme algébrique, conjugué, module. Inégalité triangulaire et cas d'égalité. Affixe, image.

— Racines carrées d'un nombre complexe. Équations du second degré à coefficients complexes. Systèmes somme-produit.

— Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1. Notation $e^{i\theta}$, formules d'Euler et de Moivre, transformation des sommes en produits. Linéarisation et « dé-linéarisation » d'expressions trigonométriques.

— Arguments et formes trigonométriques d'un nombre complexe non nul. Lien entre la forme algébrique et les formes trigonométriques — dans les deux sens. Technique de l'angle moitié. Formules « $\cos x+\cos y$ » — à savoir retrouver, pas à connaître par cœur.

— Exponentielle complexe, transformation des sommes en produits et périodicité.

— Racines $n^{\text{èmes}}$. Cas particulier des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité, ensemble $\mathbb{U}_n$. Nombre j : $\overline{\mathrm{j}}=\mathrm{j}^2$ et $1+\mathrm{j}+\mathrm{j}^2=0$.

— Interprétation géométrique de l'addition (translation) et de la multiplication (homothétie, rotation) de deux nombres complexes. Conjugaison et symétrie axiale. Similitudes directes définies par centre, rapport et mesure d'angle. Interprétation géométrique de $\dfrac{z-b}{z-a}$.

Questions de cours de début d'heure

— Pour tous $z,z'\in\mathbb{C}$: $\Big||z|-|z'|\Big|\leqslant|z+z'|\leqslant|z|+|z'|$. Le cas d'égalité **N'est PAS** demandé.

— Pour tout $z=x+iy=re^{i\theta}\in\mathbb{C}^*$ avec $x,y\in\mathbb{R}$, $r>0$ et $\theta\in\mathbb{R}$: $\theta\equiv\begin{cases}\mathrm{Arctan}\,\dfrac{y}{x}\ [2\pi] & \text{si } x>0\\ \pi+\mathrm{Arctan}\,\dfrac{y}{x}\ [2\pi] & \text{si } x<0.\end{cases}$

— Factorisation de : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\cos(2kx)$ pour tous $n\in\mathbb{N}$ et $x\in\mathbb{R}$.

— Pour tous $n\in\mathbb{N}^*$, $z=re^{i\theta}\in\mathbb{C}^*$ et $\omega\in\mathbb{C}$ avec $r>0$ et $\theta\in\mathbb{R}$:

$$\omega^n=z \qquad\Longleftrightarrow\qquad \exists\, k\in[\![0,n-1]\!]/\quad \omega=\sqrt[n]{r}\ e^{\frac{i\theta}{n}+\frac{2ik\pi}{n}}.$$

On présentera d'abord le cas des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité.

— **(TD)** Expression de $\cos(5x)$ en fonction de $\cos x$ pour tout $x\in\mathbb{R}$, puis application au calcul et $\cos\dfrac{\pi}{5}$ via $\cos^2\dfrac{\pi}{10}$.