

SEMAINE DU 8 AU 14 OCTOBRE

FONCTIONS CIRCULAIRES

- Relations de congruence, ensembles $\alpha\mathbb{Z} + \beta$.
- Fonctions sinus, cosinus et tangente. Toutes les formules usuelles de trigonométrie sont au programme — sauf les formules du type « $\cos x + \cos y$ » qui seront étudiées au chapitre « Nombres complexes ». Transformation des expressions « $a \cos \theta + b \sin \theta$ ».
- Fonctions arcsinus, arccosinus et arctangente.

NOMBRES COMPLEXES

- Ensemble \mathbb{C} des nombres complexes. Partie réelle, partie imaginaire, forme algébrique, conjugué, module. Inégalité triangulaire et cas d'égalité. Affixe, image.
- Racines carrées d'un nombre complexe. Équations du second degré à coefficients complexes. Systèmes somme-produit.
- Ensemble \mathbb{U} des nombres complexes de module 1. Notation $e^{i\theta}$, formules d'Euler et de Moivre, transformation des sommes en produits. Linéarisation et « dé-linéarisation » d'expressions trigonométriques.
- Arguments et formes trigonométriques d'un nombre complexe non nul. Lien entre la forme algébrique et les formes trigonométriques — dans les deux sens. Technique de l'angle moitié. Formules « $\cos x + \cos y$ » — à savoir retrouver, pas à connaître par cœur.
- Exponentielle complexe, transformation des sommes en produits et périodicité.
- Racines $n^{\text{èmes}}$. Cas particulier des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité, ensemble \mathbb{U}_n . Nombre j : $\bar{j} = j^2$ et $1 + j + j^2 = 0$.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Pour tous $z, z' \in \mathbb{C}$: $||z| - |z'|| \leq |z + z'| \leq |z| + |z'|$. Le cas d'égalité n'est PAS demandé.
- Pour tout $z = x + iy = re^{i\theta} \in \mathbb{C}^*$ avec $x, y \in \mathbb{R}$, $r > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$: $\theta \equiv \begin{cases} \text{Arctan } \frac{y}{x} [2\pi] & \text{si : } x > 0 \\ \pi + \text{Arctan } \frac{y}{x} [2\pi] & \text{si : } x < 0. \end{cases}$
- Factorisation de : $\sum_{k=0}^n \cos(2kx)$ pour tous $n \in \mathbb{N}$ et $x \in \mathbb{R}$.
- Pour tous $n \in \mathbb{N}^*$, $z = re^{i\theta} \in \mathbb{C}^*$ et $\omega \in \mathbb{C}$ avec $r > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$:

$$\omega^n = z \quad \iff \quad \exists k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket / \quad \omega = \sqrt[n]{r} e^{\frac{i\theta}{n} + \frac{2ik\pi}{n}}.$$

On présentera d'abord le cas des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité.

- (TD) Expression de $\cos(5x)$ en fonction de $\cos x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, puis application au calcul et $\cos \frac{\pi}{5}$ via $\cos^2 \frac{\pi}{10}$.