

SEMAINE DU 16 AU 22 OCTOBRE

NOMBRES COMPLEXES

- Ensemble \mathbb{C} des nombres complexes. Partie réelle, partie imaginaire, forme algébrique, conjugué, module. Inégalité triangulaire et cas d'égalité. Affixe, image.
- Racines carrées d'un nombre complexe. Équations du second degré à coefficients complexes. Systèmes somme-produit.
- Ensemble \mathbb{U} des nombres complexes de module 1. Notation $e^{i\theta}$, formules d'Euler et de Moivre, transformation des sommes en produits. Linéarisation et « dé-linéarisation » d'expressions trigonométriques.
- Arguments et formes trigonométriques d'un nombre complexe non nul. Lien entre la forme algébrique et les formes trigonométriques — dans les deux sens. Technique de l'angle moitié. Formules « $\cos x + \cos y$ » — à savoir retrouver, pas à connaître par cœur.
- Exponentielle complexe, transformation des sommes en produits et périodicité.
- Racines $n^{\text{èmes}}$. Cas particulier des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité, ensemble \mathbb{U}_n . Nombre j : $\bar{j} = j^2$ et $1 + j + j^2 = 0$.
- Interprétation géométrique de l'addition (translation) et de la multiplication (homothétie, rotation) de deux nombres complexes. Conjugaison et symétrie axiale. Similitudes directes définies par centre, rapport et mesure d'angle. Interprétation géométrique de $\frac{z-b}{z-a}$.

INTRODUCTION À LA DÉCOMPOSITION EN ÉLÉMENTS SIMPLES

- Division euclidienne des polynômes. Racine d'un polynôme, multiplicité.
- Factorisations irréductibles sur \mathbb{C} et \mathbb{R} .
- Partie entière d'une fraction rationnelle. Décomposition en éléments simples sur \mathbb{R} . Trois techniques de calcul des coefficients : multiplication par $(X - \lambda)^m$ puis évaluation en λ — avec λ complexe éventuellement — multiplication par X puis passage à la limite, évaluation en un point quelconque.

CALCULS DE PRIMITIVES ET D'INTÉGRALES

Les fonctions manipulées sont à valeurs éventuellement complexes.

- Primitives, « unicité » à constante additive près.
- Primitivation des fonctions de la forme $f' \times g' \circ f$, $x \mapsto \frac{1}{ax^2 + bx + c}$ avec $b^4 - 4ac < 0$ et $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ ou $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$. Utilisation de la linéarisation pour les fonctions trigonométriques et de la décomposition en éléments simples pour les fractions rationnelles.
- Fonction complexe continue. Intégrale d'une fonction complexe continue sur un segment. Linéarité, relation de Chasles, inégalité triangulaire et, pour les fonctions réelles, positivité, positivité stricte, croissance.
- Théorème fondamental de l'analyse.
- Fonction complexe de classe \mathcal{C}^1 . Intégration par parties.
- Changement de variable.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

Aucune cette semaine !