SEMAINE 4 DU 9 AU 15 OCTOBRE

NOMBRES COMPLEXES ET TRIGONOMÉTRIE

— Relations de congruence, ensembles $\alpha\mathbb{Z}+\beta$.

— Fonctions cosinus, sinus et tangente, dérivées, graphes. Lien avec le cercle trigonométrique, équations $\cos x = \cos y \ldots$, transformations affines $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\ldots$, formules d'addition $\cos(x+y)\ldots$ et de duplication, formules $\cos x \cos x \ldots$ Expressions de $\cos x$, $\sin x$ et $\tan x$ en fonction de $\tan \frac{x}{2}$.

— Fonctions arccosinus, arcsinus et arctangente, dérivées, graphes. Lien entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées polaires.

— Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1, exponentielle imaginaire. Formules d'Euler et de Moivre, transformation des sommes en produits.

— Arguments et formes trigonométriques d'un nombre complexe non nul. Interprétation géométrique de $\frac{z-b}{z-a}$.

— Exponentielle complexe, transformation des sommes en produits et périodicité.

— Transformation des expressions $a\cos x + b\sin x$. Linéarisation et dé-linéarisation d'expressions trigonométriques. Technique de l'angle moitié, formules $\cos x + \cos y \ldots$

Les formules de trigonométrie n'ont pas toutes le même statut :

— les formules d'addition $\cos(x+y)\ldots$ doivent être connues par cœur et les formules de duplication doivent être connues directement sans détour par les formules d'addition,

— les formules $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\ldots$ doivent être retrouvées en un instant sur le cercle trigonométrique, si possible de tête,

— les formules $\cos x \cos y \ldots$ doivent être retrouvées rapidement à partir des formules d'addition, si possible de tête,

— les formules $\cos x + \cos y \ldots$ doivent être retrouvées rapidement grâce à la technique de l'angle moitié.

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

— Expressions de $\cos x$, $\sin x$ et $\tan x$ en fonction de $\tan \frac{x}{2}$.

— Pour tout point M de coordonnées cartésiennes (x,y) et de coordonnées polaires (r,θ) avec $r>0$, expression de θ en fonction de $\operatorname{Arctan} \frac{y}{x}$ modulo 2π.

— Pour tout $x>0$: $\operatorname{Arctan} x + \operatorname{Arctan} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ et pour tout $x<0$: $\operatorname{Arctan} x + \operatorname{Arctan} \frac{1}{x} = -\frac{\pi}{2}$.

— **(TD)** Pour tout $x \in \mathbb{R}\setminus 2\pi\mathbb{Z}$: $\displaystyle\prod_{k=1}^{+\infty} \cos\frac{x}{2^k} = \frac{\sin x}{x}$.