

SEMAINE DU 13 AU 19 NOVEMBRE

LIMITE D'UNE SUITE

- Vocabulaire usuel sur les suites : constance, stationnarité, caractère borné, signe, monotonie, propriété vraie à partir d'un certain rang.
 - Définitions de la limite d'une suite : limite finie, limite $+\infty$, limite $-\infty$. Unicité de la limite. Convergence et divergence. Toute suite convergente est bornée.
 - Opérations sur les limites : somme, produit, multiplication par un scalaire, inverse, composition à gauche par une fonction (ce dernier résultat est admis car la notion de limite d'une fonction n'a pas encore été proprement définie).
 - Passage à la limite dans les inégalités strictes/larges.
 - Suites extraites. Limite d'une suite extraite. Si : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_{2n+1} = \ell \in \overline{\mathbb{R}}$, alors : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$.
 - Théorèmes d'encadrement/minoration/majoration. Le produit d'une suite bornée et d'une suite de limite nulle est une suite de limite nulle.
 - Théorème de la limite monotone.
 - Suites adjacentes. Théorème des suites adjacentes.
-

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Toute suite convergente est bornée.
- Si : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell \in \mathbb{R}$ et si : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell' \in \mathbb{R}$, alors : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = \ell + \ell'$.
- Si : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell \in \mathbb{R}$ et si : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell' \in \mathbb{R}$, alors : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = \ell \ell'$.
- Théorème d'encadrement — seulement lui, sans le théorème de minoration/majoration.
- Pour toute suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ strictement positive, si : $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \eta$ à partir d'un certain rang avec $\eta \in]0, 1[$, alors : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$. Application au calcul de : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a^n}{n!}$ pour tout $a \in \mathbb{R}$.
- Théorème de la limite monotone dans le cas « croissante majorée ».