SEMAINE DU 27 NOVEMBRE AU 3 DÉCEMBRE

LIMITE D'UNE SUITE

Même contenu que la semaine dernière.

INJECTIONS, SURJECTIONS, BIJECTIONS

— Application/fonction : ensemble de définition, ensemble d'arrivée, image et antécédents. Image d'une application. Composition. Restriction, prolongements.

— Image directe/réciproque d'une partie. L'image réciproque de B par f a été notée $f^{\leftarrow}(B)$ dans un premier temps.

— Injection. Composée de deux injections. Toute fonction strictement monotone est injective.

— Surjection. Composée de deux surjections.

— Bijection, réciproque, lien entre les deux notions. Bijectivité d'une réciproque, d'une composée. Si f est bijective : $f^{\leftarrow}(B) = f^{-1}(B)$ — ce qui justifie l'abandon de la notation « $f^{\leftarrow}(B)$ ».

QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

— Démonstration du théorème de Bolzano-Weierstrass complexe à partir du théorème de Bolzano-Weierstrass réel.

— **(TD)** Théorème de Césaro dans le cas fini.

— Double question :

  $\longrightarrow$ Si $f : E \longrightarrow F$ et $g : F \longrightarrow G$ sont <u>**IN**</u>jectives, alors $g \circ f$ aussi.

  $\longrightarrow$ Si $g \circ f$ est <u>**SUR**</u>jective, alors g aussi.

— Double question :

  $\longrightarrow$ Si $f : E \longrightarrow F$ et $g : F \longrightarrow G$ sont <u>**SUR**</u>jectives, alors $g \circ f$ aussi.

  $\longrightarrow$ Si $g \circ f$ est <u>**IN**</u>jective, alors f aussi.

— **(TD)** La fonction tangente hyperbolique est bijective de $\mathbb{R}$ sur $]-1,1[$ — de réciproque à déterminer.

— **(TD)** Soient $f : E \longrightarrow F$ une application et A une partie de E. Dans ce cas : $A \subset f^{-1}\big(f(A)\big)$, et si f est injective : $f^{-1}\big(f(A)\big) = A$. Inversement, si : $f^{-1}\big(f(A)\big) = A$ pour toute partie A de E, alors f est injective.