Semaine 9 du 27 novembre au 3 décembre

Injections, surjections, bijections

— Application/fonction, ensemble de définition, ensemble d'arrivée, image. Restriction, prolongements. Composition, identité.

— Injection. Composée de deux injections. Toute fonction strictement monotone est injective.

— Surjection. Composée de deux surjections.

— Réciproque, bijection, lien entre les deux notions. Bijectivité d'une réciproque, d'une composée.

Relations binaires

— Relation binaire. Réflexivité, transitivité, symétrie, antisymétrie.

— Relation d'équivalence. Classes d'équivalence.

— Relation d'ordre. Relation d'ordre totale/partielle.

Questions de cours de début d'heure

— **(TD)** Pour toute partie non vide bornée de $\mathbb{R}$: $\sup\limits_{x,y\in A} |x-y| = \sup A - \inf A$ grâce la caractérisation séquentielle de la borne supérieure/inférieure.

— Si f et g sont injectives, $g \circ f$ l'est aussi aussi. $+$ Si $g \circ f$ est surjective, g l'est aussi.

— Si f et g sont surjectives, $g \circ f$ l'est aussi. $+$ Si $g \circ f$ est injective, f l'est aussi.

— **(TD)** Soit $f : E \longrightarrow F$ une application. Pour toute partie A de E : $A \subset f^{-1}\big(f(A)\big)$ avec un dessin pour illustrer. En outre, f est injective si et seulement si pour toute partie A de E : $f^{-1}\big(f(A)\big) = A$.

— **(TD)** Soient $f : E \longrightarrow F$ une application et $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de parties de E. On suppose que $E = \bigcup\limits_{n\in\mathbb{N}} A_n$ et que $A_n \subset A_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Si $f|_{A_n}$ est injective pour tout $n \in \mathbb{N}$, f l'est sur E tout entier.