

**■ ESPACES VECTORIELS,
SOUS-ESPACES VECTORIELS**

1) _____

2) _____

3) _____

4) _____

5) Chercher une solution particulière x_{part} du problème sous-jacent, vérifier que les solutions du problème homogène associé forment un sous-espace vectoriel F et montrer enfin que l'ensemble étudié s'écrit $x_{\text{part}} + F$.

6) _____

7) Si $Y \subset \text{Vect}(X)$, alors $\text{Vect}(Y) \subset \text{Vect}(X)$. À part ça, trigonométrie et nombres complexes !

■ FAMILLES LIBRES

8) _____

9) _____

10) _____

11) Se ramener à un problème polynomial.

12) Se ramener à un problème polynomial.

13) _____

14) Pour un réel λ_0 fixé, quelle(s) propriété(s) particulière(s) la fonction $x \mapsto |x - \lambda_0|$ a-t-elle que les autres fonctions $x \mapsto |x - \lambda|$ n'ont pas ?

15) En notant i_0 un entier pour lequel :

$$\max\{|x_1|, \dots, |x_n|\} = |x_{i_0}|,$$

montrer que $x_{i_0} = 0$.

16) 1) V est inversible si et seulement si la famille de ses colonnes est libre. Se ramener à un problème polynomial.

2) a) Dériver.

c) Montrer d'abord que $\sum_{k=0}^n \lambda_k P(k) = 0$ pour tout $P \in \mathbb{R}[X]$.

17) _____

18) _____

■ BASES ET DIMENSION

19) _____

20) _____

21) _____

22) _____

23) _____

24) _____

25) _____

26) Écrire les ensembles étudiés comme des Vect.

1) En cas de difficulté, commencer par les cas $n = 2$ et $n = 3$.

27) Introduire une famille de sous-espaces vectoriels indexés par un paramètre réel.

28) 1) Penser dimension.

29) _____

30

31

32

33 Toute matrice carrée inversible à droite l'est aussi à gauche.

MATRICE D'UNE FAMILLE DE VECTEURS DANS UNE BASE

34

35

36 E n'est pas de dimension finie, mais $\text{Vect}(u_1, \dots, u_{2n+1})$ l'est.

SOMMES DE SOUS-ESPACES VECTORIELS

37

38 Formule de Grassmann !

39

40

41

42

43

44 Fixer $M \in \mathcal{F}$ et $N \in \mathcal{G}$ et décomposer le vecteur \overrightarrow{MN} . Tout ceci se voit très bien sur un dessin.

45

6) Quel genre de fonction peut-on arracher à une fonction forcer les égalités $f(0) = f'(0) = 0$?

7) Interpolation de Lagrange !

46 Il s'agit surtout de trouver un supplémentaire commun de F et G dans $F + G$. En cas d'insuccès, commencer par réfléchir au cas où $\dim E = 2$ et $\dim F = \dim G = 1$.

47

48 Utiliser l'algorithme de la base incomplète.

49

1) Le plus simple consiste ici à chercher d'abord une base de E_i pour tout $i \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket$.

2) Analyse-synthèse ! C'est le même exercice que celui sur les fonctions paires et impaires.

CORPS DE BASE EXOTIQUES

50

51

1) a) Se ramener à un problème d'arithmétique des entiers.

2) b) Se ramener à la situation de la question a).

52

2) Construire les bases de \mathbb{F}_p^n vecteur par vecteur.

53

Exploiter les résultats de l'exercice sur la caractéristique d'un corps du chapitre « Groupes et anneaux ».
