LIMITES

1 Quantité conjuguée et factorisation du terme dominant. Se donner d'abord rapidement une idée du résultat en approximant à la louche ce qui peut l'être.

---

2 Se donner d'abord rapidement une idée du résultat en approximant à la louche ce qui peut l'être. Ensuite, encadrement/minoration/majoration, factorisation du terme dominant...

---

3 Exploiter les nombres dérivés en 0 des fonctions usuelles. Se donner d'abord rapidement une idée du résultat en approximant à la louche ce qui peut l'être.

4

5

2) S'inspirer d'une limite célèbre associée à la forme indéterminée $1^{+\infty}$.

6

7

8

9

10

2) Que vaut $\lim\limits_{n\to+\infty} x^n$ pour tout $x>0$?

---

11 Montrer d'abord la positivité sur $\mathbb{R}_+$, puis la croissance sur $\mathbb{R}$. Utiliser enfin la densité de $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$.

CONTINUITÉ, POINT DE VUE LOCAL

12

---

13 Pour tous $x,y\in\mathbb{R}$, exprimer $\max\{x,y\}$ et $\min\{x,y\}$ en fonction, notamment, de $|x-y|$.

14

1) Théorème de la limite monotone !

---

15 La caractérisation séquentielle de la densité fait bon ménage avec la continuité.

16

17

18

3) S'intéresser à la borne inférieure de l'ensemble des périodes de f et montrer qu'elle est strictement positive.

19

ÉQUATIONS FONCTIONNELLES

20

1) Puisqu'on a une hypothèse de continuité sur f en 0, autant se rapprocher de 0 !

2) Adapter la stratégie de la question **1)**.

21

22

---

23 Comment transforme-t-on un problème multiplicatif en un problème additif ?

24

---

25 Montrer que f est impaire, puis que :
$$f(x+y)=f(x)+f(y)$$
pour tous $x,y\geqslant 0$.

CONTINUITÉ, POINT DE VUE GLOBAL

26

27

---

28 TVI et caractérisation séquentielle de la borne inférieure.

---

29 Faire un dessin et méditer.

30

31

32

---

33 Calculer $\sum_{k=0}^{n-1} \varphi\left(\frac{k}{n}\right)$ où φ est la fonction : $x \longmapsto f(x) - f\left(x + \frac{1}{n}\right)$.

34

35

36

37

38

39

---

40 Se rapprocher d'un point en lequel le maximum est atteint.

41

3) Montrer que si $f > g$ sur $[a,b]$, il existe un réel $K > 0$ pour lequel $f^n \geqslant g^n + nK$ sur $[a,b]$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, où $f^n = \underbrace{f \circ \ldots \circ f}_{n \text{ termes}}$.

---

42 Déterminer le signe du minimum et du maximum de f.

---

43 S'il n'y a qu'un nombre fini de solutions, il en existe une dernière en particulier.

44

1) a) Ça sent le Cesàro à plein nez. Un vague parfum de simplification télescopique aussi. Et le théorème des bornes atteintes risque de servir.

b) Appliquer le résultat de la question **a)** à une fonction bien choisie.

CONVERGENCE SIMPLE, CONVERGENCE UNIFORME

45

46

47

2) Non, la convergence n'est pas uniforme sur $]1,+\infty[$ tout entier, mais...
