En vrac

1

2

3 Dériver, télescoper.

4 Adapter la preuve de la formule de Vandermonde.

5 Analyse-synthèse ! Chaque équation apporte son lot de singularités, mais dans l'ensemble, on chemine du grossier vers le fin. On étudie d'abord le degré, puis si nécessaire on s'intéresse au coefficient dominant, éventuellement les coefficients de degré plus bas… Parfois aussi, on gagne à penser en termes de racines.

6

7
2) Toute fonction continue, positive et d'intégrale nulle est identiquement nulle.

8 Chercher un polynôme P^* pour lequel $u^n\overline{P(u)} = P^*(u)$ pour tout $u \in \mathbb{U}$.

Division euclidienne

9

10 On évalue en les racines, on dérive pour tenir compte des multiplicités, on identifie les parties réelle et imaginaire…

11

12 Formule du binôme !

13 Montrer que $X^k - X^r$ est divisible par $X^n - 1$.

Racines, multiplicités et formule de Taylor

14

15

16

17 Par l'absurde.

18 Formule de Taylor polynomiale !

Nombre maximal de racines

19

20 Qu'est-ce qui fait qu'une fonction n'est pas polynomiale ? Dresser une liste de propriétés des fonctions étudiées que les fonctions polynomiales n'ont pas.

21 Dans chaque situation, interpréter l'hypothèse en termes de racines d'un certain polynôme.

22 Dans chaque situation, interpréter l'hypothèse en termes de racines d'un certain polynôme.

23 Vive la rigidité !

24 S'intéresser à la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n^2 + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

25 Pour tous $n, p \in \mathbb{N}$: $\quad P(n+p) \equiv P(n)\ [p]$.

Polynômes scindés

26

27

28
1) On n'est pas très loin de $X^n - 1$.

29
1) Pour le premier produit, on n'est pas très loin de $X^n - 1$. Pour le deuxième, angle moitié !

2) b) Produit des racines.

30

1) a) L'ensemble fini $\mathscr{R}$ contient z^{2^n} pour tous $z \in \mathscr{R}$ et $n \in \mathbb{N}$.

c) Interpréter géométriquement le résultat des questions **a)** et **b)**.

---

31 Comparer les racines et leurs multiplicités.

RELATIONS COEFFICIENTS-RACINES

32

33

34

35

POLYNÔMES ANNULATEURS D'UNE MATRICE CARRÉE

36

37

INTERPOLATION DE LAGRANGE

38 Exploiter l'unicité du polynôme d'interpolation de Lagrange de degré minimal.

39

---

40 Tout polynôme de $\mathbb{R}_n[X]$ est combinaison linéaire des polynômes de Lagrange des réels $\dfrac{k}{n}$, k décrivant $[\![0,n]\!]$.

41

2) Quand on connaît $n+1$ valeurs d'un polynôme de degré n, on le connaît complètement.

PROMENADE DANS $\mathbb{F}_p[X]$

42

1) Montrer que p divise $\dbinom{p}{k}$ pour tout $k \in [\![1,p-1]\!]$.

3) Le polynôme $X^p - X$ est remarquablement scindé sur $\mathbb{F}_p$.

43

1) Découper $\mathbb{F}_p^*$ en fonction de la valeur que l'application $x \longmapsto x^2$ attribue à chaque élément.

3) $X^{p-1} - \overline{1} = \left(X^{\frac{p-1}{2}} - \overline{1}\right)\left(X^{\frac{p-1}{2}} + \overline{1}\right)$.
