

VOCABULAIRE USUEL

1) _____

2) _____

3) _____

4) Pour les calculs d'images, variations et TVI.

5) _____

6) _____

7) _____

8) 1) La fonction est maximale en 0.
2) La dérivée d'une fonction T -périodique est T -périodique et toute combinaison linéaire de fonctions T -périodiques est T -périodique.

9) _____

10) 2) Pour dériver $\frac{1}{u^n}$, dériver u^{-n} .

11) 2) Dériver séparément sur \mathbb{R}_+ et \mathbb{R}_- ou bien observer que la dérivée de $x \mapsto |x|$ sur \mathbb{R}^* est la fonction « signe » $x \mapsto \frac{x}{|x|}$.

12) Variations et TVI strictement monotone.

13) _____

LOGARITHME, EXPONENTIELLE ET PUISSANCES

14) _____

15) _____

2)3) Variations et TVI strictement monotone.
4) Étudier les zéros de la fonction $x \mapsto 1 + \frac{x}{\ln x} - x$.
5) Il faudra peut-être étudier une fonction auxiliaire pour déterminer le signe de f' .

16) 1) Convexité/concavité. Distinguer selon la valeur de α .
2) Appliquer a) à un réel bien choisi et multiplier.

17) Passer au logarithme. Mais bien sûr!

18) 2) Passer au logarithme et encadrer la somme obtenue grâce à 1).

19) 2) Pour tout $x > 0$: $\ln x \leq x - 1$.

20) 2) Étudier la fonction $x \mapsto x \ln x + (1-x) \ln(1-x)$.
4) Dériver encore et encore.

21) 2) Que dire de $\varphi\left(\frac{1}{x}\right)$ pour tout $x > 0$?

22) _____

23) Étudier les variations de la fonction $x \mapsto x e^x$.

24) Récurrence!

FONCTIONS HYPERBOLIQUES

25) 2) Dédire de 1) une formule de duplication des tangentes hyperboliques.

26) _____

27) 1) Résoudre l'équation $y = \operatorname{sh} x$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ et faire apparaître une équation du second degré.

28 Sommes géométriques!

CALCULS DE LIMITES

29 Dans chaque situation, se donner une idée du résultat par approximation, puis respecter son intuition en la rendant rigoureuse. Par exemple, quand x est très grand : $e^x + x^3 \approx e^x$ et $\sqrt{x^2 + x} \approx x$, et quand x est proche de 0 : $\sin x \approx x$ et $\ln(1 + x) \approx x$.

COSINUS, SINUS ET TANGENTE

30 2) Quand on hésite entre deux valeurs pour un réel, on peut par exemple s'interroger sur son signe.
3) Principe des tiroirs, mais quels tiroirs et quelles chaussettes?

31

32 Récurrence!

33 5) Exprimer $\sin(3x)$ en fonction de $\sin x$.
8) Toute expression $a \cos x + b \sin x$ avec $(a, b) \neq (0, 0)$ peut être écrite $A \cos(x + \varphi)$.

34 Transformer $\sin x \sin y$ et méditer.

35 S'intéresser à la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_2 = \sqrt{2}$ et $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$ pour tout $n \geq 2$.

36

37 Pour passer de $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ à $[0, \pi]$, exhiber un axe de symétrie.

38 1) Dériver soigneusement.
2)3) La dérivée d'une formule est une nouvelle formule.

39 Étudier la monotonie de la fonction compliquée sur $[x, x + \pi]$.

40 1) a) Formule de duplication.
b) $\frac{\sin u}{u} \xrightarrow{u \rightarrow 0} 1$.

41 2) La dérivée de la fonction $x \mapsto \sin^2 x \sin(2x)$ peut être écrite comme un produit de deux sinus.

ARCMACHINS

42

43 2) On connaît chacun des graphes sur un certain domaine privilégié. Au-delà, exploiter proprement la parité/imparité et la périodicité.

44 Gestes classiques. La dérivée s'annule une fois d'après le TVI strictement monotone. Que vaut $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\text{Arctan } u}{u}$?

45 1) Quelle formule relie cos et tan ?

46 Attention, une fonction de dérivée identiquement nulle est constante si on travaille sur un intervalle.

47 1) Vérifier qu'on a le droit de calculer :
$$\tan\left(\text{Arctan } \frac{1}{2} + \text{Arctan } \frac{1}{3}\right),$$

calculer cette tangente, puis enlever proprement la tangente.

2)3) Adapter la stratégie de la question 1).

4) Vérifier qu'on a le droit de calculer $\tan\left(4 \text{Arctan } \frac{1}{5}\right)$ et calculer cette tangente.

48 1) Dériver!

49

- 50 Passer au cosinus, au sinus ou à la tangente, mais attention, on perd l'équivalence en procédant ainsi et les réciproques doivent être gérées soigneusement.

- 51 1) Calculer $\tan(\operatorname{Arctan}(k+1) - \operatorname{Arctan} k)$ après en avoir justifié l'existence.

52
