Relations d'ordre

1

2

3

4

2) **b)** Basculer tout du même côté et factoriser.

c) Remplacer x_i et x_j par...

3) Appliquer **2)** encore et encore.

5

6

Relations d'équivalence

7

3) Étudier les variations de la fonction $x \longmapsto x \ln x$.

Applications incarnées

8

9

10

---

11 Raisonner calmement par double inclusion.

12

13

1) **a)** À défaut d'intuition, transformer pas à pas l'égalité $f(x,y) = f(x',y')$ en une condition sur laquelle la réponse apparaît clairement.

b) On peut geler momentanément une variable, ou bien observer que $f(x,y)$ dépend du rapport $\dfrac{x}{y}$ plus que du couple (x,y).

---

14 Des solutions évidentes ? Analyse-synthèse et récurrence.

---

15 Des solutions évidentes ? Analyse-synthèse et récurrence.

16

3) Pour l'injectivité, exprimer $f(m,n+1)$ en fonction de $f(m+1,n)$ et $f(n+1,0)$ en fonction de $f(0,n)$. Pour la surjectivité, comparer $f(m,n)$ et $f(m',n')$ sous l'hypothèse que $m+n < m'+n'$.

17

3) Dans un premier temps, dessiner des patates pour y voir clair, mais attention aux cas particuliers !

4) Dans un premier temps, dessiner des patates pour y voir clair.

18

2) Montrer que $\mathbb{1}_{(A\cup B)\setminus(A\cap B)} = \mathbb{1}_{A\triangle B}$ grâce au résultat de la question **1)**.

3) Montrer que $\mathbb{1}_{A\triangle(B\triangle C)} = \mathbb{1}_{(A\triangle B)\triangle C}$ grâce au résultat de la question **1)**.

Applications désincarnées

19

20

---

21 Récurrence :

— soit on fixe n ainsi que $f_1,\dots,f_n$ et on fait une récurrence sur l'indice k de f_k,

— soit on fait une récurrence sur n et on incorpore un quantificateur $\forall f_1,\dots,f_n$ dans l'hypothèse de récurrence car $f_1,\dots,f_n$, au nombre de n, ne peuvent donc pas être fixées en amont.

22

23

24

25

---

26 Pour montrer que trois propositions sont équivalentes, on peut se contenter de prouver trois implications en forme de boucle, mais si on n'y arrive pas, on fait comme on peut.
