

PRIMITIVATION DIRECTE ET TECHNIQUES PARTICULIÈRES

1) _____

2) _____

3) 2) Couper la fonction étudiée en deux :
« constante » $\times \frac{u'}{u} +$ « constante » $\times \frac{1}{u}$.

4) _____

INTÉGRATION PAR PARTIES

5) _____

6) _____

7) 2) Conjecture, puis récurrence.
3) À quoi pense-t-on quand on voit $\sum_{k=0}^q \binom{q}{k}$... quelque part ?

8) 1) a) Arracher un sinus et intégrer par parties.
3) Que vaut $\frac{W_{2n}}{W_{2n+1}}$?

CHANGEMENT DE VARIABLE

9) _____

10) _____

11) _____

12) _____

13) 1) Quelle transformation simple quand on veut échanger cosinus et sinus ?
2) Changement de variable !

14) 1) Quelle transformation simple quand on veut préserver le sinus et l'intervalle $[0, \pi]$?

THÉORÈME FONDAMENTAL DU CALCUL INTÉGRAL

15) _____

16) 2)3) Se débrouiller pour que x n'apparaisse que dans les bornes et plus dans la fonction intégrée.

17) Se débrouiller pour que x n'apparaisse que dans les bornes et plus dans la fonction intégrée.

INÉGALITÉS INTÉGRALES

18) Intégrer par rapport à une variable, puis par rapport à l'autre.

19) 1) Adapter la preuve du chapitre « Calculs algébriques dans \mathbb{R} ».
3) a) Montrer d'abord que $|f(x)| \leq F(x)$ pour tout $x \in [0, a]$.
b) Appliquer l'inégalité de Cauchy-Schwarz à l'intégrale $F(a) = \int_0^a |f'(t)| dt$.

20) Quand on intègre une inégalité de fonctions, on obtient une nouvelle inégalité.

21) 2) a) Il vaut mieux choisir $x \mapsto \frac{(x - x_{n,k})^2}{2}$ comme primitive de $x \mapsto x - x_{n,k}$.

22) 1) Récurrence !
2) Que vaut le module d'une exponentielle complexe ? Majorer seulement l'exponentielle dans l'intégrale.

23) 1) L'intégrale vaut $2\pi a_k$.

3) a) L'intégrale vaut $2\pi \sum_{k=0}^n |\alpha_k|^2$.

■ APPROXIMATION DE SOMMES PAR DES INTÉGRALES

24) 3) Encadrer $\sum_{k=1}^n \ln k$, et même plutôt $\sum_{k=1}^n \ln k - n \ln n$.

25) La suite est décroissante minorée. Dans un premier temps, encadrer $\int_n^{n+1} f(t) dt$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

■ DÉCOMPOSITION EN ÉLÉMENTS SIMPLES SUR \mathbb{R}

26)

27)

28) 1) On sait déterminer le signe de $2\alpha^2 + 2\alpha + 3$.
2) TVI strictement monotone !

29)

30)

31) Pour le calcul de $I + J$, quelle relation entre le cosinus et la tangente ? Pour la fin, une autre quantité du genre $I + J$ est facile à calculer grâce aux formules de trigonométrie.
