

LE THÉORÈME DE KOMLÓS (INDICATIONS)

1 MISE EN BOUCHE

- 1)
- 2) a) Récurrence!
b) Attention de bien distinguer deux cas selon que $|\{i, j\} \cap \{k, l\}|$ vaut 0 ou 1.
c) Théorème d'encadrement à partir de a) et de la sous-additivité.

2 THÉORÈMES DE SPERNER ET ERDÖS-LITTLEWOOD-OFFORD

- 3) a)
b)
c) Qui est le plus grand $\binom{n}{k}$ à n fixé?
- 4) Pour la deuxième partie de la question, distinguer les cas pair et impair.
- 5) a)
b) Heureusement que $(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$ suit une loi uniforme.
c) Quelle est la loi de $(u_i \varepsilon_1, \dots, u_n \varepsilon_n)$ pour tous $u_1, \dots, u_n \in \{-1, 1\}$?

3 LE THÉORÈME DE KOMLÓS

- 6) Si la matrice extraite de A de lignes i_1, \dots, i_d est inversible, montrer que l'application $(x_1, \dots, x_n) \mapsto (x_{i_1}, \dots, x_{i_d})$ est injective sur V .
- 7) a)
b)
c)
- 8) La première inégalité découle de 6).
- 9) a)
b) Réduire modulo 3!
c)
d)
- 10) a) On peut par exemple voir W^\perp comme un noyau.
b)
c) Pour la deuxième partie de la question, formule des probabilités totales!
- 11)