

POLYNÔMES SOUS CONTRAINTE (INDICATIONS)

- 1)
- 2) a)
 - b) D'après a), un certain polynôme possède une infinité de racines.
- 3) a) Si λ est de multiplicité m avec $P = (X - \lambda)^m Q$, que dire du signe de la fonction $x \mapsto Q(x)$ au voisinage de λ ?
 - b) Pour tous $a, b \in \mathbb{R}$: $a^2 + b^2 = (a + ib)(a - ib)$.
- 4) a) Par récurrence sur n .
 - b)
 - c) Exprimer $H_i(k)$ comme un coefficient binomial pour tous $i, k \in \llbracket 0, n \rrbracket$ et permuter les sommes.
 - d)
 - e)
- 5) a) Exploiter 4)e).
 - b)
 - c) D'après b), un certain polynôme possède une infinité de racines.
- 6) Si $P = X^n + a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0$, alors $a_{n-1} \in \mathbb{Q}$, puis $a_{n-2} \in \mathbb{Q}$, etc.
- 7) a)
 - b)
 - c) Dans un premier temps, factoriser $R(k)$ à l'aide d'une identité remarquable.
 - d) Que vaut $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{R(x)}{Q_n(x)}$?
- 8) a)
 - b) S'intéresser à la forme scindée de P sur \mathbb{C} .