

# SEMAINE 26 DU 25 AU 31 MAI

## INTÉGRATION SUR UN SEGMENT

- Sommes de Riemann. Majoration de l'erreur dans le cas lipschitzien (donc dans le cas  $\mathcal{C}^1$ ).
- Théorème fondamental du calcul intégral. Pour toute fonction  $f \in \mathcal{C}([a, b], \mathbb{C})$  :  $\int_a^x f \xrightarrow{x \rightarrow b^-} \int_a^b f$ . Intégration par parties. Changement de variable.
- Formule de Taylor avec reste intégral. Inégalité de Taylor-Lagrange.
- Étude de limites d'intégrales par encadrement/minoration/majoration.

## ANALYSE ASYMPTOTIQUE DE NIVEAU 2

- Développements asymptotiques de suites d'intégrales et de fonctions définies par une intégrale.
- Utilisations d'inégalités « tayloriennes » pour calculer un développement asymptotique de somme ou d'intégrale.
- Développements asymptotiques de suites récurrentes. Pour aller plus loin, théorème de sommation des relations de comparaison (programme de deuxième année).
- Développements asymptotiques de solutions d'équations définies implicitement.

## ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ET SUITES RÉCURRENTES LINÉAIRES

- Principe « solution particulière de l'équation complète + solution générale de l'équation homogène ». Principe de superposition.
- Équations différentielles linéaires du premier ordre  $y' + a(x)y = f(x)$  :
  - Équation homogène.
  - Équation avec second membre, problème de Cauchy. Méthode de variation de la constante.
  - Problèmes de recollement.
- Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants  $y'' + ay' + by = f(x)$  :
  - Équation homogène dans les cas réel et complexe.
  - Équation avec second membre, problème de Cauchy.
- Pour les équations  $y' + ay = P(x)e^{ux}$  ou  $y'' + ay' + by = P(x)e^{ux}$  à coefficients constants et leurs variantes trigonométriques, recherche d'une solution particulière polynôme-exponentielle de degré adapté.

## QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Équations différentielles homogènes  $y' + a(x)y = 0$ . + (TD) Soit  $f \in \mathcal{C}([1, +\infty[, \mathbb{R})$  positive décroissante. Il existe un réel  $\ell$  pour lequel  $\sum_{k=1}^n f(k) \underset{n \rightarrow +\infty}{=} \int_1^n f(t) dt + \ell + o(1)$ .
- (TD) Si  $a$  est impaire et  $f$  paire, l'équation  $y' + a(x)y = f(x)$  possède une et une seule solution impaire. + (TD) Soient  $f \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_+, \mathbb{R})$  positive et  $K \geq 0$ . Si  $f(x) \leq K \int_0^x f(t) dt$  pour tout  $x \geq 0$ , alors  $f$  est nulle sur  $\mathbb{R}_+$  (lemme de Grönwall).
- Avec des notations évidentes :  $\text{Mat}_{\mathcal{C}}(u(x)) = \text{Mat}_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}(u) \times \text{Mat}_{\mathcal{B}}(x)$ .