

# SEMAINE 5 DU 14 AU 20 OCTOBRE

## RAPPELS ET COMPLÉMENTS SUR LES FONCTIONS RÉELLES

- Fonctions cosinus, sinus et tangente hyperboliques.
- Fonctions cosinus, sinus et tangente. Équations  $\cos x = \cos y$ , transformations affines  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \dots$  et compagnie, formules d'addition  $\cos(x + y) = \dots$  et de duplication, formules  $\cos x \cos x = \dots$  — et les versions analogues en sinus et tangente. Expressions de  $\cos x$ ,  $\sin x$  et  $\tan x$  en fonction de  $\tan \frac{x}{2}$ .
- Fonctions arccosinus, arcsinus et arctangente, dérivées, graphes. Lien entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées polaires.

## SUITES RÉELLES

- Majorants/minorants d'une partie de  $\mathbb{R}$ . Plus grand/petit élément d'une partie de  $\mathbb{R}$ . Unicité. Toute partie non vide de  $\mathbb{N}$  possède un plus petit élément. Toute partie non vide majorée de  $\mathbb{N}$  possède un plus grand élément.
- Borne supérieure/inférieure d'une partie de  $\mathbb{R}$ . Lien avec le plus grand/petit élément. Si  $A \subset B$ , alors  $\sup A \leq \sup B$ . Borne supérieure/inférieure de  $A \cup B$ ,  $A + B$  et  $\lambda A$  avec  $\lambda > 0$ . Propriété de la borne supérieure/inférieure dans  $\mathbb{R}$ .
- Droite achevée  $\overline{\mathbb{R}}$ . Reprise des points précédents dans  $\overline{\mathbb{R}}$ , notamment avec la propriété de la borne supérieure/inférieure dans  $\overline{\mathbb{R}}$ .
- Caractérisation des intervalles de  $\overline{\mathbb{R}}$ . Tout intervalle ouvert non vide de  $\mathbb{R}$  contient une infinité de rationnels et une infinité d'irrationnels.

---

## QUESTIONS DE COURS DE DÉBUT D'HEURE

- Pour tout point  $M$  de coordonnées cartésiennes  $(x, y)$  et de coordonnées polaires  $(r, \theta)$  avec  $r > 0$ , expression de  $\theta$  en fonction de  $\text{Arctan} \frac{y}{x}$  modulo  $2\pi$ .
- Pour tout  $x > 0$  :  $\text{Arctan } x + \text{Arctan} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$  et pour tout  $x < 0$  :  $\text{Arctan } x + \text{Arctan} \frac{1}{x} = -\frac{\pi}{2}$ .
- Toute partie non vide de  $\mathbb{N}$  possède un plus petit élément.
- Pour toutes parties  $A$  et  $B$  non vides majorées de  $\mathbb{R}$  :  $\sup(A + B) = \sup A + \sup B$ .
- (TD) Soit  $A$  une partie non vide de  $\mathbb{R}$ . La borne inférieure  $d(x, A) = \inf\{|x - a| \mid a \in A\}$  est bien définie pour tout  $x \in \mathbb{R}$  et pour tous  $x, y \in \mathbb{R}$  :  $|d(x, A) - d(y, A)| \leq |x - y|$ .